

Análise de dados de vazão





Governador do Estado
Jorginho dos Santos Mello

Secretário de Estado da Agricultura
Valdir Colatto

Presidente da Epagri
Dirceu Leite

Diretores

Célio Haverroth
Desenvolvimento Institucional

Fabírcia Hoffmann Maria
Administração e Finanças

Gustavo Gimi Santos Claudino
Extensão Rural e Pesqueira

Reney Dorow
Ciência, Tecnologia e Inovação



ISSN 1413-960X (impresso)
ISSN 2674-9513 (On-line)
Novembro/2023

BOLETIM TÉCNICO Nº 215

Análise de dados de vazão

Álvaro José back



**Empresa de Pesquisa Agropecuária e Extensão Rural de Santa Catarina
Florianópolis
2023**

Empresa de Pesquisa Agropecuária e Extensão Rural de Santa Catarina (Epagri)
Rodovia Admar Gonzaga, 1.347, Itacorubi, Caixa Postal 502
88034-901 Florianópolis, Santa Catarina, Brasil
Fone: (48) 3665-5000
Site: www.epagri.sc.gov.br

Editado pelo Departamento Estadual de Marketing e Comunicação (Epagri/DEMC)

Revisores *ad hoc*: Alan Henn – Epagri/Ciram
Fernando Mainardi Fan – UFRGS/IPH
José Luiz Rocha Oliveira – Epagri/Ciram

Editoração técnica: Paulo Sergio Tagliari

Revisão textual: Laertes Rebelo

Diagramação: Vilton Jorge de Souza

Foto da capa: Trabalho de medição e vazão no Rio São Bento, em Siderópolis, SC, realizado pela equipe de Hidrometria da Epagri (foto de Renan Michels Boaroli, da EUR)

Primeira edição: Novembro de 2023

Impressão: Gráfica CS

Tiragem: 500 exemplares

É permitida a reprodução parcial deste trabalho desde que citada a fonte.

Ficha catalográfica

BACK, Á. J. **Análise de dados de vazão**. Florianópolis: Epagri, 2022, 96p. (Epagri. Boletim Técnico, 215).

Hidrologia; Recursos hídricos; Hidrologia estatística; Monitoramento.

ISSN 1413-969X (Impresso)

ISSN 2674-9513 (*On-line*)



AUTOR

Álvaro José Back

Engenheiro-agrônomo, Dr.

Epagri, Estação Experimental de Urussanga

Rodovia SC 108, km 353, nº 1.563, Caixa Postal D-49

Urussanga, SC

Fone: (48) 3043-1400

E-mail: ajb@epagri.sc.gov.br

APRESENTAÇÃO

Esta publicação tem por objetivo apresentar os principais conceitos relacionados à análise de dados de vazão obtidos das redes de monitoramento hidrológico. São apresentadas as principais estatísticas usadas na descrição e análise dos dados, e também as principais distribuições estatísticas usadas nas estimativas de vazões extremas.

Acompanha o material o programa HidroVazão, disponível no endereço <https://docweb.epagri.sc.gov.br/pub/ProgramaDadosVazao.zip> e sua atualização HidroVazão 2.0 em <https://docweb.epagri.sc.gov.br/pub/ProgramaHidroVazao2.0.zip> em que constam as rotinas para leitura e análise dos dados de vazão. Com este programa o usuário poderá obter as estimativas de vazões médias, como também vazões máximas e mínimas e a curva de permanência a partir da série histórica de vazões medidas.

A obra é destinada aos técnicos das diferentes áreas de Engenharia, com ênfase em Engenharia de Recursos Hídricos.

Com esta publicação, a Empresa de Pesquisa Agropecuária e Extensão Rural de Santa Catarina (Epagri), dentro da sua missão de “gerar conhecimento, tecnologia e extensão para o desenvolvimento sustentável do meio rural, em benefício da sociedade”, busca contribuir de forma efetiva para o avanço e a difusão de conhecimento na área de hidrologia, bem como para a gestão dos recursos hídricos.

A Diretoria Executiva

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	5
Introdução	9
1 Estatísticas descritivas	10
1.1 Média	11
1.2 Mediana	11
1.3 Moda	11
1.4 Desvio-padrão	12
1.5 Coeficiente de variação	12
1.6 Quartis	13
1.7 BoxPlot	13
1.8 Medidas de assimetria	14
1.9 Curtose	15
1.10 Coeficiente de correlação	16
1.11 Identificação de outliers	16
1.12 Exemplo de estatísticas descritivas.....	19
2 Conceitos de período de retorno e risco	22
3 Séries hidrológicas	26
3.1 Tipos de séries	27
3.2 Definição do ano hidrológico.....	27
3.3 Tratamento de falhas.....	29
4 Análise de frequência	31
4.1 Frequência empírica	31
4.2 Análise de frequência baseada em distribuição de probabilidades	32
4.2.1 Distribuição Normal.....	33
4.2.2 Distribuição Log-Normal.....	34
4.2.3 Distribuição Log-Normal com três parâmetros	34
4.2.4 Distribuição Gama	34
4.2.5 Distribuição Pearson tipo III.....	35
4.2.6 Distribuição Log-Pearson tipo III.....	36
4.2.7 Distribuição de Extremo tipo I ou Distribuição de Gumbel para máximos.....	36
4.2.8 Distribuição Gumbel para mínimos	37
4.2.9 Distribuição Weibull com dois parâmetros.....	37
4.2.10 Distribuição Weibull com três parâmetros	37

4.2.11 Distribuição Frechet	38
4.2.12 Distribuição Generalizada de Valores Extremos (GEV)	38
4.3 Comentários sobre as distribuições.....	39
4.4 Estimativa dos parâmetros da distribuição	39
4.4.1 Método dos Momentos.....	39
4.4.2 Método da Máxima Verossimilhança	43
4.4.3 MML - Método dos Momentos-L	45
4.4.4 Outros métodos.....	49
4.5 Testes de aderência	51
4.5.1 Teste Kolmogorov–Smirnov.....	51
4.5.2 Teste Anderson-Darling	52
4.5.3 Teste de Filliben.....	54
4.5.4 Teste de Kuiper	55
4.5.5 Teste de Cramer-von Mises	56
4.5.6 Exemplo de aplicação	57
4.6 Critérios de avaliação do desempenho das distribuições.....	59
4.6.1 Raiz do Erro Quadrático Médio - RMSE	60
4.6.2 Desvios quadrados médios padronizados (SRMSD)	60
4.6.3 Raiz quadrada média do erro relativo (RRMSE) ou Raiz do erro quadráticomédio relativo da raiz (RRASE).....	60
4.6.5 Erro médio relativo (RAB).....	60
4.6.6 Erro percentual absoluto médio (MAPE).....	61
4.6.7 Erro absoluto médio (MAE)	61
4.6.8 Coeficiente de determinação (R^2).....	61
4.6.9 D-index	61
4.6.10 Exemplo de cálculo dos índices de desempenho	61
5 Curva de permanência.....	64
6 Análise de vazões.....	70
6.1 Vazões mínimas	70
6.2 Vazões médias	71
6.3 Vazões máximas	72
6.4 Vazões máximas instantâneas	72
6.5 Transposição de dados	74
7 O programa HidroVazão	75
Referências	91

Introdução

A caracterização da vazão de uma bacia hidrográfica é fundamental para o planejamento e a gestão dos recursos hídricos, bem como para o dimensionamento de obras hidráulicas. Um dos instrumentos da gestão de recursos hídricos é a outorga para uso dos recursos hídricos, que para seu estabelecimento requer critérios baseados na disponibilidade hídrica. Segundo Cruz & Tucci (2008), a disponibilidade hídrica é entendida como a parcela da vazão que pode ser utilizada pela sociedade para o seu desenvolvimento sem comprometer o meio aquático.

As vazões médias são importantes na definição do potencial hídrico e na caracterização da disponibilidade hídrica de uma bacia e de regulação da vazão. A vazão média de longo período corresponde à máxima vazão possível de ser regularizada.

As vazões máximas são importantes no dimensionamento de obras hidráulicas, como vertedores de barragens, pontes e outras obras de drenagem. O conhecimento da vazão mínima é importante para estudos de qualidade da água, manutenção e conservação dos ecossistemas aquáticos naturais. Para estudos de viabilidade de empreendimentos hidrelétricos adotam-se determinados valores de vazão mínima. Os critérios de outorga de uso da água são baseados em determinados valores de vazão mínima.

Para os locais onde existe monitoramento de vazão pode-se analisar os dados da série histórica observada e, baseando-se em estudos de frequência, estimar os valores de vazão a serem usados. Esse estudo pode ser feito com base em funções de probabilidade de ocorrência de vazões, como vazões médias e vazões mínimas ou por meio da curva de permanência de vazões.

No Brasil existe a rede de Monitoramento Hidrometeorológico da Agência Nacional de Águas e Saneamento Básico (ANA, 2020), com dados de vazão de centenas de estações fluviométricas que podem ser usados nos estudos hidrológicos.

A análise de frequência de eventos hidrológicos tem sido uma das principais ferramentas utilizadas na engenharia para estimativa dos riscos hidrológicos e dimensionamento de obras. Nesta análise geralmente se ajusta uma distribuição teórica de probabilidades com base nas frequências observadas em uma série histórica. Esse estudo é realizado em várias etapas, que podem ser descritas como:

1) Determinação das séries de dados. Para eventos máximos é comum utilizar as séries de máximas anuais. Para eventos mínimos pode-se usar as vazões mínimas com duração de 'n' dias, como, por exemplo, mínimas em 7 dias ou mínimas em 30 dias. Para dados mensais e anuais a série consiste em vazões médias mensais ou médias anuais;

2) Análise das estatísticas descritivas, como, por exemplo, medidas de tendência central, dispersão, assimetria e curtose, identificação de *outliers*. Essas estatísticas, além de permitirem identificar possíveis erros na série de dados, ajudam na seleção das distribuições de probabilidades a serem usadas;

3) Escolha da distribuição de probabilidades. Embora existam muitas distribuições de probabilidades que podem ser usadas, não existe um consenso sobre qual é a melhor distribuição. Por isso, pode-se testar várias distribuições e, com base em critérios estatísticos, selecionar a mais adequada para a série estudada;

4) Ajuste dos parâmetros da distribuição. Existem vários métodos para estimativa dos parâmetros, como métodos dos momentos, método da máxima verossimilhança, método dos Momentos-L;

5) Testes de aderência. São testes estatísticos para avaliar a hipótese que a distribuição ajustada tem a mesma frequência dos dados observados (frequência teórica é igual a frequência observada);

6) Seleção da distribuição de probabilidades. Normalmente existem mais de uma distribuição de probabilidade que foi aceita nos testes de aderência e pode ser usada nas estimativas de eventos de vazões. Neste caso, deve-se decidir qual é a melhor. Para isso existem alguns critérios que podem ser usados, auxiliando na seleção;

7) Estimativa dos eventos: Com a distribuição de probabilidades, podem-se estimar os valores de vazão para determinado nível de probabilidades (ou período de retorno) ou calcular a probabilidade de ocorrência de determinados valores de vazões.

Este Boletim Técnico faz uma revisão conceitual de cada uma dessas etapas apresentando exemplos numéricos para facilitar a compreensão. O programa HidroVazão contém as rotinas para realizar todos os cálculos e análises descritas.

1 Estatísticas descritivas

As estatísticas descritivas consistem em uma série de medidas de tendência central, medidas de dispersão e medidas de assimetria dos dados. A análise das estatísticas descritivas de uma série de dados hidrológicos é uma etapa importante para avaliar os dados. As estatísticas descritivas e a visualização da distribuição de frequências (Figura 1) permitem identificar possíveis erros nos dados ou presença de valores extremos, como também inferir sobre a distribuição estatística indicada para o conjunto de dados.

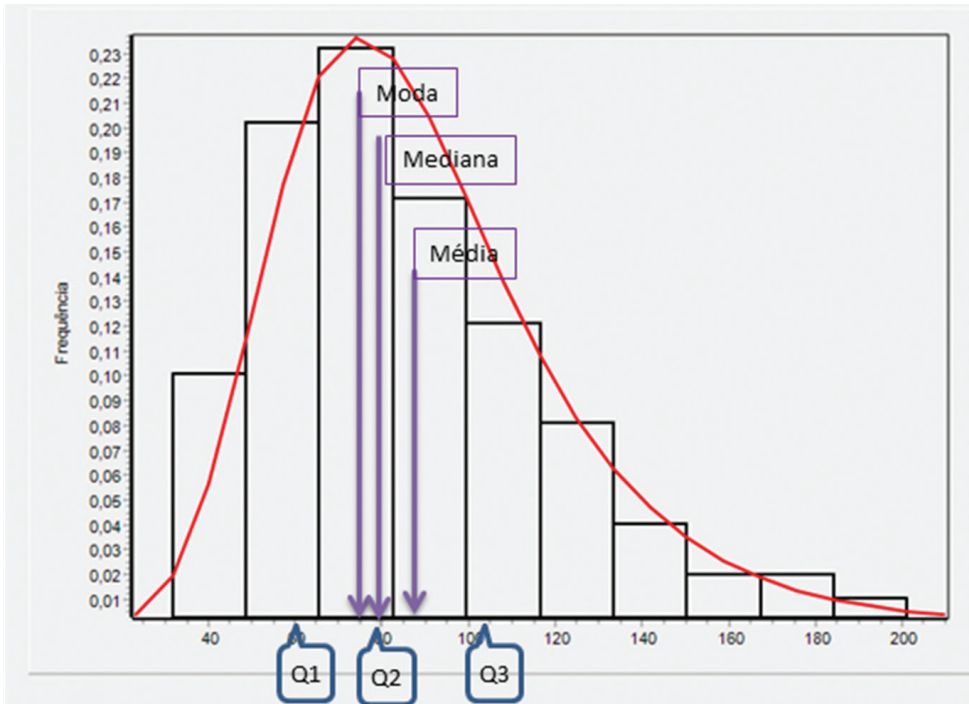


Figura 1. Histograma de frequências e identificação de estatísticas descritivas

1.1 Média

A média aritmética é a medida de posição ou de tendência central mais comumente usada, sendo calculada por

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{N} \quad (1)$$

Em que:

\bar{x} = média aritmética da amostra;

X_i = observação de ordem i na série de dados;

N = número de valores na série de dados.

Observação: A média populacional é normalmente representada pela letra grega μ , e assume-se que a média da amostra é o estimador de média da população, isto é

$$\bar{x} = \mu \quad (2)$$

1.2 Mediana

A mediana pode ser definida como o valor que divide a série de dados ordenada em duas partes iguais, de tal forma que metade dos valores é menor que ela e a outra metade é maior que ela. No cálculo da mediana para dados não agrupados o primeiro passo é ordenar estes valores em ordem crescente ou decrescente. O segundo passo é determinar o elemento mediano (**Emd**), que depende se o número de elementos for par ou ímpar.

Se o número de elementos for ímpar, o elemento mediano é dado pela seguinte expressão:

$$Emd = \frac{N + 1}{2} \quad (3)$$

Onde: Emd é o elemento mediano e N é o número total de elementos.

Se o número de elementos for par, o elemento mediano será dado pela média aritmética dos elementos. $\frac{N}{2}$ e $\frac{N + 2}{2}$

A mediana representa o valor com frequência de ocorrência de 50% ou também o percentil 50 (P50).

1.3 Moda

A moda, também chamada de norma, valor dominante ou ainda valor típico, pode ser definido como o valor ou os valores que ocorrem com maior frequência num conjunto de dados. Portanto, um conjunto de valores pode apresentar mais de uma moda, sendo chamado **plurimodal**. Quando só se tem uma moda é chamado de **unimodal**; com duas modas é chamado **bimodal**; caso todos os valores ocorram com a mesma frequência, não existe moda, sendo chamado de **amodal**.

Para identificar a moda de um conjunto de valores ordenados basta verificar o valor que aparece com maior frequência.

1.4 Desvio-padrão

O desvio-padrão é a medida de dispersão mais utilizada. É dado pela raiz quadrada da média dos desvios em relação à média. Quando os valores estão próximos uns dos outros, a soma dos quadrados dos desvios é pequena e, desta maneira, o desvio-padrão é pequeno.

O desvio padrão de uma população é definido por:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(X_i - \bar{x})^2}{N}} \quad (4)$$

Em que:

σ = desvio-padrão da população;

X_i = observação de ordem i na série de dados;

\bar{x}

= média aritmética dos dados;

N = número de valores na série de dados.

Nos casos mais comuns, em que os dados são tirados de uma amostra, o desvio-padrão da amostra é calculado por:

$$S = \sqrt{\frac{\sum(X_i - \bar{X})^2}{N-1}} \quad (5)$$

Em que S é o desvio-padrão da amostra.

1.5 Coeficiente de variação

Para comparar a variabilidade entre diversos conjuntos de dados que têm médias bem diferentes ou unidades de medidas diferentes, o coeficiente de variação é uma medida melhor, indicando a variação relativa. É obtido dividindo-se o desvio-padrão pela média da distribuição, isto é:

$$CV (\%) = \frac{S}{\bar{X}} 100 \quad (6)$$

Em que:

CV = coeficiente de variação (%);

S = desvio-padrão;

\bar{X} = média aritmética dos dados.

Como a média e o desvio-padrão são dados na mesma unidade, o coeficiente de variação é um número que independe da unidade de medida.

1.6 Quartis

Os quartis são valores singulares que dividem a série em quatro partes. Temos assim três Quartis:

1°. Quartil – (Q1) separa os 25% dos menores valores dos restantes (75%);

2°. Quartil – (Q2) separa 50% dos menores valores dos 50% restantes;

3°. Quartil – (q3) separa os 75% dos menores valores dos 25% maiores.

O cálculo do valor do quartil é realizado de forma semelhante ao cálculo da mediana.

A identificação da posição do quartil (elemento quartil) pode ser obtida com a equação:

$$Eq_i = \frac{i(N+1)}{4} \quad (7)$$

Onde: Eq é elemento do quartil i (i = 1, 2 ou 3);

N = número de dados na série.

A diferença entre os quartis Q3 e Q1 é denominada de amplitude interquartílica e também é usada como medida de dispersão, sendo calculada por:

$$d_Q = Q_3 - Q_1 \quad (8)$$

1.7 BoxPlot

Também chamado de “caixa-de-bigodes” ou “Boxplot”, é um diagrama que representa a posição central, a dispersão e a assimetria, e dados discrepantes. Para a elaboração do diagrama constrói-se o retângulo onde são representados os quartis. Do retângulo para cima segue uma linha até o ponto mais remoto que não exceda a $LS = Q_3 + 1,5d_Q$. Da mesma forma, da parte inferior do retângulo para baixo segue uma linha até o ponto mais remoto que não seja menor que o limite inferior $Li = Q_1 - 1,5d_Q$. As observações que estiverem acima do limite superior e abaixo do limite inferior serão chamadas de pontos exteriores, ou *outliers*, sendo representadas por asteriscos (Figura 2).

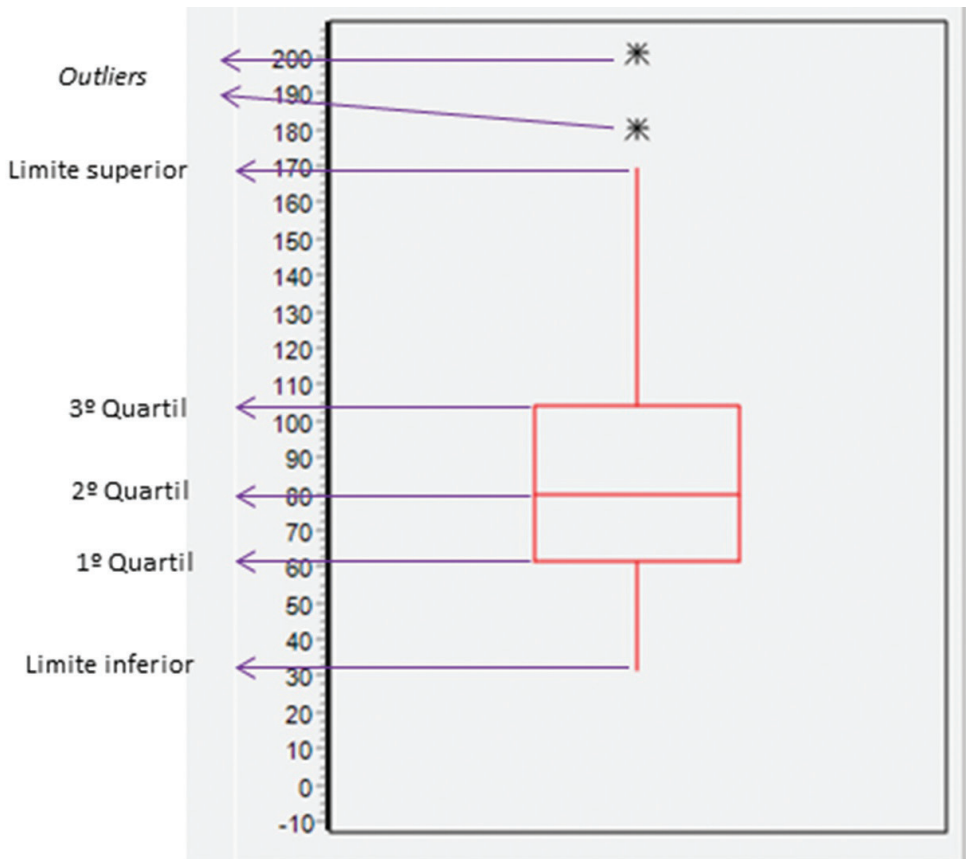


Figura 2. Ilustração do Boxplot

A posição central é dada pela mediana (Q_2) e a dispersão é dada pelo intervalo interquartil (d_0). Os comprimentos das caudas são dados pelas linhas que vão do retângulo aos valores máximos e mínimos ou limite superior ou inferior.

1.8 Medidas de assimetria

Toda curva que não for simétrica apresentará um desvio que pode ser negativo ou positivo, conforme o afastamento à esquerda ou à direita da média.

Em uma distribuição simétrica, a média, a mediana e a moda coincidem, porém nas distribuições assimétricas a média e a mediana tendem para o mesmo lado, onde se tem o maior afastamento.

Para a população a assimetria pode ser calculada por:

$$g = \left[\frac{1}{N} \frac{\sum (X_i - \bar{X})^3}{\sigma^3} \right] \quad (9)$$

Em que:

g = coeficiente de assimetria;

X_i = observação de ordem i na série de dados;

\bar{x} = média aritmética dos dados;

σ = desvio-padrão dos dados.

Para amostras pequenas o coeficiente de assimetria pode ser corrigido por:

$$g = \left[\frac{N}{(N-1)(N-2)} \frac{\sum (X_i - \bar{X})^3}{s^3} \right] \quad (10)$$

Com o coeficiente de assimetria calculado desta forma, pode-se classificar a distribuição dos dados em:

Se $g = 0$ a curva será simétrica;

Se $g > 0$ a curva será assimétrica positiva;

Se $g < 0$ a curva será assimétrica negativa.

Para análise de dados hidrológicos, especialmente para ajuste da distribuição Pearson e Log-Pearson, tem sido sugerido (KITE, 1977) o ajuste do coeficiente de assimetria por:

$$g^* = g \frac{\sqrt{N(N-1)}}{N-2} \left(1 + \frac{8,5}{N} \right) \quad (11)$$

Em que:

g^* = coeficiente de assimetria corrigido;

g = coeficiente de assimetria amostral;

N = tamanho da amostra (serie de dados).

1.9 Curtose

A curtose leva em consideração o grau de achatamento da curva, sendo calculada por:

$$Cc = \left[\frac{1}{N} \frac{\sum (X_i - \bar{X})^4}{\sigma^4} \right] \quad (12)$$

Em que:

Cc = coeficiente de curtose;

X_i = observação de ordem i na série de dados;

\bar{x} = média aritmética dos dados;

σ = desvio-padrão dos dados.

De acordo como o coeficiente e curtose, as séries podem ser classificadas como:

- Leptocúrtica, se $Cc < 3$;
- Mesocúrtica (curva normal), se $Cc = 3$).
- Platicúrtica, se $Cc > 3$.

1.10 Coeficiente de correlação

O coeficiente de correlação de Pearson (R) é mais apropriadamente utilizado para expressar a correlação entre duas variáveis contínuas e pode ser obtido pela seguinte expressão:

$$R = \frac{\sum(x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{X})^2 \sum(y_i - \bar{Y})^2}} \quad (13)$$

Sendo mais facilmente calculado por:

$$R = \frac{N \sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{[N \sum X^2 - (\sum X)^2][N \sum Y^2 - (\sum Y)^2]}} \quad (14)$$

Em que:

R = coeficiente de correlação de Pearson ($-1 \leq R \leq 1$);

X e Y = as variáveis analisadas;

N = número de pares de dados (X, Y).

1.11 Identificação de outliers

Na estatística *outlier* é uma observação cuja magnitude está acima ou abaixo do resto dos dados. De acordo com Iglewicz (1993) *outliers* são observações que parecem ser inconsistentes com o restante dos dados coletados. Yevjevich (1972) definiu *outlier* como valores extremos que usualmente se afastam dos valores da curva ou função de distribuição de probabilidade.

Na análise de dados climáticos e hidrológicos deve-se verificar a presença de dados considerados *outliers*. A descrição de variáveis meteorológicas, como chuvas intensas, é complexa devido a variações climáticas aleatórias e erros de amostragem em dados de séries de curtos períodos de observação, como uma pequena amostra pertencente a uma estatística indefinida população. A presença de *outlier* na série de dados pode afetar todos os estágios da análise de frequência, como estatísticas descritivas, identificação da distribuição de probabilidades, estimativa dos parâmetros e principalmente a estimativa da vazão extrema.

A manutenção ou exclusão de *outliers* de uma amostra pode afetar significativamente a magnitude dos parâmetros estatísticos calculados com essa amostra, especialmente em amostras pequenas. Os procedimentos para o tratamento de valores extremos requerem julgamento hidrológico e matemático (STEDINGER et al., 1993). Os valores extremos são considerados dados históricos se houver informações suficientes disponíveis para indicar que essas observações externas não são devidas a erros de medição.

Uma forma simplificada de determinar os *outliers* é por meio do boxplot, em que é possível considerar valores superiores ao limite superior (LS) como extremo alto e valores inferiores ao limite inferior (LI) como extremo baixo. Os limites superior e inferior são calculados por:

$$LI = Q_1 - 1,5(Q_3 - Q_1) \quad (15)$$

$$LS = Q_3 + 1,5(Q_3 - Q_1) \quad (16)$$

Em que:

LI = limite inferior;

LS = limite superior;

Q_1 e Q_3 = respectivamente o primeiro e o terceiro quartil.

No estudo de vazão é comum o emprego do método proposto pela *American Water Resources Association* para identificação de dados discrepantes. Neste método, a assimetria dos dados é obtida; se a curtose exceder +0,4, o teste é realizado para valores extremos altos e vice-versa; se a assimetria estiver entre as duas faixas, são realizados os testes para valores extremos altos e baixos.

O *United States Water Resources Council* (USWRC, 1976) recomenda o uso da estatística modificada de Grubbs & Beck (1972) para identificação de *outliers*. Nesse critério o limite superior (LS) e o limite inferior (LI) dos dados são calculados respectivamente por:

$$LS = X_{ln} + K_N S_{ln} \quad (17)$$

$$LI = X_{ln} - K_N S_{ln} \quad (18)$$

Em que:

X_{ln} = a média dos logaritmos dos dados amostrais;

S_{ln} = o desvio padrão dos logaritmos dos dados amostrais;

K_N = valor tabelado em função do tamanho da série e do nível de significância (Tabela 1).

O USWRC (1976) recomenda que os valores de vazão de pico detectados como *outliers* altos sejam comparados com as informações dos históricos de vazões obtidas em locais próximos ao estudado. Caso as informações históricas não sejam suficientes para permitir um ajuste da posição de plotagem do ponto atípico, a curva de frequência final deverá ser obtida com a presença do *outlier*, sem qualquer alteração. Por outro lado, se houver informação histórica suficiente para ajustar a posição de plotagem do *outlier*, ela deverá ser convenientemente modificada antes de se proceder ao ajuste da curva de frequência. Quanto aos *outliers* baixos, e em se tratando de análise de frequência de máximos, o USWRC recomenda a exclusão destes pontos da amostra.

Para nível de significância de 10% ($\alpha = 0,10$) e amostras com $10 < N < 150$, o valor de K_N pode ser estimado por:

$$K_N = -3,62201 + 6,28446N^{0,25} - 2,49835N^{0,5} + 0,491436N^{0,75} - 0,037911N \quad (19)$$

Para nível de significância de 5% ($\alpha = 0,05$) e amostras com $10 < N < 150$, o valor de K_N pode ser estimado por:

$$K_N = -5,2269 + 8,768N^{0,25} - 3,8063N^{0,5} + 0,8011N^{0,75} - 0,0656N \quad (20)$$

Tabela 1. Valores de K_N para cálculo da estatística modificada de Grubbs & Beck (1972)

n	Nível de significância				
	0,10	0,05	0,025	0,01	0,005
3	1,148	1,153	1,154	1,155	1,155
4	1,425	1,462	1,481	1,492	1,496
5	1,602	1,671	1,715	1,749	1,764
6	1,729	1,822	1,887	1,944	1,973
7	1,828	1,938	2,020	2,097	2,139
8	1,909	2,032	2,127	2,221	2,274
9	1,977	2,110	2,215	2,323	2,387
10	2,036	2,176	2,290	2,410	2,482
11	2,088	2,234	2,355	2,484	2,564
12	2,134	2,285	2,412	2,549	2,636
13	2,176	2,331	2,462	2,607	2,699
14	2,213	2,372	2,507	2,658	2,755
15	2,248	2,409	2,548	2,705	2,806
16	2,279	2,443	2,586	2,747	2,852
17	2,309	2,475	2,620	2,785	2,894
18	2,336	2,504	2,652	2,821	2,932
19	2,361	2,531	2,681	2,853	2,968
20	2,385	2,557	2,708	2,884	3,001
21	2,408	2,580	2,734	2,912	3,031
22	2,429	2,603	2,758	2,939	3,060
23	2,449	2,624	2,780	2,963	3,087
24	2,468	2,644	2,802	2,987	3,112
25	2,486	2,663	2,822	3,009	3,135
26	2,503	2,681	2,841	3,029	3,158
27	2,520	2,698	2,859	3,049	3,179
28	2,536	2,714	2,876	3,068	3,199
29	2,551	2,730	2,893	3,086	3,218
30	2,565	2,745	2,908	3,103	3,236
31	2,579	2,76	2,924	3,119	3,253
32	2,592	2,773	2,938	3,135	3,270
33	2,605	2,787	2,952	3,150	3,286
34	2,618	2,799	2,965	3,164	3,301
35	2,630	2,812	2,978	3,178	3,316
36	2,641	2,824	2,991	3,191	3,330

Continua...

...continuação

n	Nível de significância				
	0,10	0,05	0,025	0,01	0,005
37	2,652	2,835	3,003	3,204	3,343
38	2,663	2,846	3,014	3,216	3,356
39	2,674	2,857	3,025	3,228	3,369
40	2,684	2,868	3,036	3,239	3,381
50	2,772	2,957	3,128	3,337	3,482
60	2,841	3,027	3,200	3,411	3,560
70	2,898	3,084	3,258	3,471	3,622
80	2,946	3,132	3,306	3,521	3,673
90	2,987	3,173	3,348	3,563	3,716
100	3,024	3,210	3,384	3,600	3,754
110	3,056	3,242	3,416	3,633	3,787
120	3,086	3,271	3,445	3,662	3,817
130	3,112	3,297	3,471	3,688	3,843
140	3,136	3,321	3,495	3,712	3,867

1.12 Exemplo de estatísticas descritivas

Na Tabela 2 constam as séries de vazões médias, mínimas e máximas anuais da estação fluviométrica de São Martinho. Na Tabela 3 constam os valores das estatísticas descritivas e na Figura 3 a representação do boxplot dessas vazões.

Tabela 2. Vazões médias, mínimas e máximas do rio Capivari, São Martinho, SC

Ano	Vazões (m ³ /s)		
	Média	Mínima	Máxima
1982	16,1	7,6	135,0
1983	34,6	11,9	195,0
1984	21,5	11,7	136,0
1985	-	-	-
1986	11,6	4,4	172,0
1987	21,4	10,5	252,0
1988	11,3	5,1	55,4
1989	14,0	6,3	151,0
1990	17,4	8,5	99,4
1991	13,7	6,1	140,0
1992	16,7	6,5	75,2

Continua...

...continuação

Ano	Vazões (m ³ /s)		
	Média	Mínima	Máxima
1993	18,1	7,1	122,0
1994	20,2	7,6	146,0
1995	20,6	7,2	215,0
1996	24,1	10,8	107,0
1997	26,1	9,6	215,0
1998	23,2	9,1	183,0
1999	14,4	7,8	96,1
2000	17,7	6,7	176,0
2001	22,0	9,6	269,0
2002	14,1	7,6	93,8
2003	9,7	5,1	36,5
2004	12,7	5,8	153,0
2005	18,1	7,8	150,0
2006	13,1	5,5	76,8
2007	11,2	6,0	43,6
2008	21,0	7,5	215,0
2009	22,8	10,5	142,0
2010	27,0	9,7	355,0
2011	29,4	10,7	160,0
2012	12,3	7,5	83,1
2013	14,6	6,6	97,0
2014	19,0	6,6	127,0

Tabela 3. Estatísticas descritivas das vazões do rio Capivari em São Martinho, SC

Estatística	Série de vazões		
	Médias	Mínimas	Máximas
N - Número de valores	32	32	32
Média (m ³ /s)	18,43	7,83	146,03
Mediana (m ³ /s)	17,90	7,52	141,00
Moda (m ³ /s)	18,10	7,57	215,00
Máximo (m ³ /s)	34,60	11,90	355,00
Mínimo (m ³ /s)	9,66	4,35	36,50
Amplitude (m ³ /s)	24,94	7,55	318,50

Continua...

...continuação

Estatística	Série de vazões		
	Médias	Mínimas	Máximas
Desvio padrão (m ³ /s)	5,85	2,03	68,84
CV - Coeficiente de variação (%)	31,75	25,96	47,14
Q3 - Quartil 3 (m ³ /s)	21,63	9,60	177,75
Q2 - Quartil 2 (m ³ /s)	17,70	7,57	142,00
Q1 - Quartil 1 (m ³ /s)	13,93	6,42	96,78
d _Q - Amplitude interquartílica (m ³ /s)	7,70	3,18	80,98
LS - Limite superior do boxplot (m ³ /s)	33,18	14,37	299,20
LI - Limite inferior do boxplot (m ³ /s)	2,38	1,64	-24,68
g - Coeficiente de assimetria	0,76	0,42	0,92
g* - Coeficiente de assimetria corrigido	5,54	3,05	6,71
Coeficiente de curtose	0,45	-0,73	1,48
X _{in} - média dos valores transformados	2,867	2,026	4,869
S _{ln} - Desvio padrão dos valores transformados	0,312	0,261	0,509
K _N (Ns 10%)	2,592	2,592	2,592
LS - Limite superior outlier (m ³ /s)	39,46	14,90	487,38
LI - Limite inferior outlier (m ³ /s)	7,83	3,86	34,78



Figura 3. Boxplot para vazões médias (A), mínimas (B) e máximas anuais (C) do rio Capivari em São Martinho, SC

2 Conceitos de período de retorno e risco

Na hidrologia é comum utilizar o termo Tempo de Recorrência ou Período de Retorno (T) como sendo o intervalo médio em anos em que um determinado evento pode ocorrer ou ser superado, dado pelo inverso da frequência, isto é:

$$T = \frac{1}{F} \quad (21)$$

Segundo DNIT (2005), no caso de dispositivos de drenagem, o tempo de retorno diz respeito a enchentes de projeto que orientarão o dimensionamento, de modo que a estrutura indicada resista a essas enchentes sem risco de superação, resultando desta forma a designação usual de “descarga de projeto”.

Para obter a expressão para o período de retorno, considere a vazão de pico ou de projeto Q_p , com intervalo de recorrência T. Então a probabilidade de que a vazão seja igualada ou superada em um ano qualquer é dada por:

$$P[Q \geq Q_p] = \frac{1}{T} \quad (22)$$

Assim, em outras palavras, se determinada obra for construída para a vazão de cheia de projeto x_p , correspondente a um intervalo de recorrência T, então, para cada ano de funcionamento do sistema, a probabilidade de ocorrer falha (Vazão de projeto ser superada) é igual a $1/T$.

A probabilidade de não ocorrência de falha num ano qualquer será então:

$$P[Q \leq Q_p] = 1 - \frac{1}{T} \quad (23)$$

Assim, para eventos máximos o período de retorno pode ser calculado por:

$$T = \frac{1}{1 - P[Q < Q_p]} \quad (24)$$

Esta equação é a base para a estimativa da magnitude do evento extremo máximo. Para eventos de vazão mínima (Q_{mn}), o período de retorno pode ser calculado por:

$$T = \frac{1}{P[Q < Q_{mn}]} \quad (25)$$

Segundo DNIT (2005), a escolha do período de retorno para o projeto de uma obra de engenharia depende da sua importância, o que resulta na adoção de um valor para o qual o risco de superação seja adequado à segurança na rodovia, no que deve se incluir a necessidade eventual da sua reconstrução. Quanto maior o período de retorno, maior a vazão de projeto, portanto maior o custo da obra, porém menor o risco de danos. Dessa forma, a definição do período de retorno envolve uma análise de custos e benefícios. Como é difícil estimar os benefícios com a segurança da obra, existem valores de período de retorno indicados para diferentes tipos de obras hidráulicas (Tabela 4) que podem ser usados como referências nos projetos.

Tabela 4. Período de retorno para obras hidráulicas

Tipo de estrutura	T (anos)	Fonte:
Bueiros	10 -20	DNIT (2005)
Pontes	50 -100	DNIT (2005)
Bueiros de rodovias com pouco tráfego	5 -10	Chow et al. (1988)
Bueiros de rodovias com médio tráfego	10 -25	Chow et al. (1988)
Bueiros de rodovias com tráfego intenso	50-100	Chow et al. (1988)
Pontes em rodovias de sistemas secundários	10-50	Chow et al. (1988)
Pontes em rodovias de sistemas principal	50-100	Chow et al. (1988)
Drenagem rural - bueiros	5-50	Chow et al. (1988)
Drenagem rural - canais	5-50	Chow et al. (1988)
Drenagem urbana, galerias pluviais de pequenas cidades	2-25	Chow et al. (1988)
Drenagem urbana, galerias pluviais de grandes cidades	25-50	Chow et al. (1988)
Diques em área rural	2-50	Chow et al. (1988)
Diques em área urbana	50-200	Chow et al. (1988)
Obras de microdrenagem	2 a 10	São Paulo (2012)
Obras de macrodrenagem	25-50	São Paulo (2012)
Obras de drenagem em regiões de prejuízos de alta magnitude	100	São Paulo (2012)
Obras de drenagem em área de interesse estratégico como hospitais, bombeiros, centro de controle de emergência	500	São Paulo (2012)

Nas Tabelas 5 e 6 constam os valores de período de retorno e risco para diferentes obras relacionadas a hidrelétricas.

Tabela 5. Período de retorno em função do Risco (R) e vida útil (N) para desvio do rio durante a construção

T (anos)	N (anos)	R (%)	Caso
10	1	10	Geral
20	2	10	Geral
25	1	4	Perigo de danos sérios a jusante
50	2	4	Perigo de danos sérios a jusante

Fonte: Eletrobras (2000)

Tabela 6. Período de retorno em função do Risco (R) e vida útil (N) para projeto das estruturas extravasoras

T (anos)	N (anos)	R (%)	Caso
500	50	9,5	Geral
1.000	50	4,9	Perigo de sérios danos materiais a jusante
10.000	50	0,5	Perigo de danos humanos a jusante

Fonte: Eletrobras (2000)

A probabilidade de um evento com período de retorno de T anos ocorrer pelo menos uma vez em N anos é conhecida como risco natural ou risco hidrológico. Na Tabela 7 constam valores de risco para diferentes períodos de retorno e vida útil, que podem ser calculados como:

$$R = 1 - \left(1 - \frac{1}{T}\right)^N \quad (26)$$

Em que:

R = risco de o evento ser superado uma vez em N anos ($0 < R < 1$);

T = período de retorno (anos);

N = vida útil ou expectativa de duração da estrutura projetada (anos).

Tabela 7. Risco de falha da obra dimensionada com período de retorno T anos durante a vida útil (N)

T (anos)	N - Vida útil da obra (anos)							
	2	5	10	20	25	50	100	200
2	0,7500	0,9688	0,9990	1,0000*	1,0000*	1,0000*	1,0000*	1,0000*
5	0,3600	0,6723	0,8926	0,9885	0,9962	1,0000*	1,0000*	1,0000
10	0,1900	0,4095	0,6513	0,8784	0,9282	0,9948	1,0000*	1,0000*
15	0,1289	0,2918	0,4984	0,7484	0,8218	0,9682	0,9990	1,0000*
20	0,0975	0,2262	0,4013	0,6415	0,7226	0,9231	0,9941	1,0000*
25	0,0784	0,1846	0,3352	0,5580	0,6396	0,8701	0,9831	0,9997
50	0,0396	0,0961	0,1829	0,3324	0,3965	0,6358	0,8674	0,9824
100	0,0199	0,0490	0,0956	0,1821	0,2222	0,3950	0,6340	0,8660
200	0,0100	0,0248	0,0489	0,0954	0,1178	0,2217	0,3942	0,6330
500	0,0040	0,0100	0,0198	0,0392	0,0488	0,0953	0,1814	0,3299
1000	0,0020	0,0050	0,0100	0,0198	0,0247	0,0488	0,0952	0,1814
10000	0,0002	0,0005	0,0010	0,0020	0,0025	0,0050	0,0100	0,0198

*Valores muito próximos de 1,0

Fixando-se o risco aceitável do evento extremo ser superado durante a vida útil da obra, pode-se definir o período de retorno a ser adotado no projeto pela equação:

$$T = \frac{1}{1 - (1 - J)^{1/N}} \quad (27)$$

Em que:

T = Período de retorno adotado no projeto (anos);

J = risco de o evento ser superado durante a vida útil ($0 < J < 1$);

N = vida útil (anos).

3 Séries hidrológicas

A análise de frequência de eventos hidrológicos é realizada com objetivo de determinar a probabilidade de ocorrência de determinados valores de vazão. Dependendo do objetivo, os dados de vazão podem ser os dados diários ou dados em período determinado como 7 dias. Também se pode trabalhar com dados mensais ou anuais. Assim, para analisar as vazões de pico, adotam-se vazões diárias; para analisar vazões mínimas, pode-se usar a vazão diária ou a vazão em 7 dias. Para a caracterização do regime fluvial, podem-se usar as vazões mensais. Na Figura 4 está representada a série total do hidrograma referente a cinco anos de observação de uma estação fluviométrica, onde se podem observar as indicações das vazões médias mensais, máximas mensais, vazão máxima anual e vazão média de longo termo (QMLT).

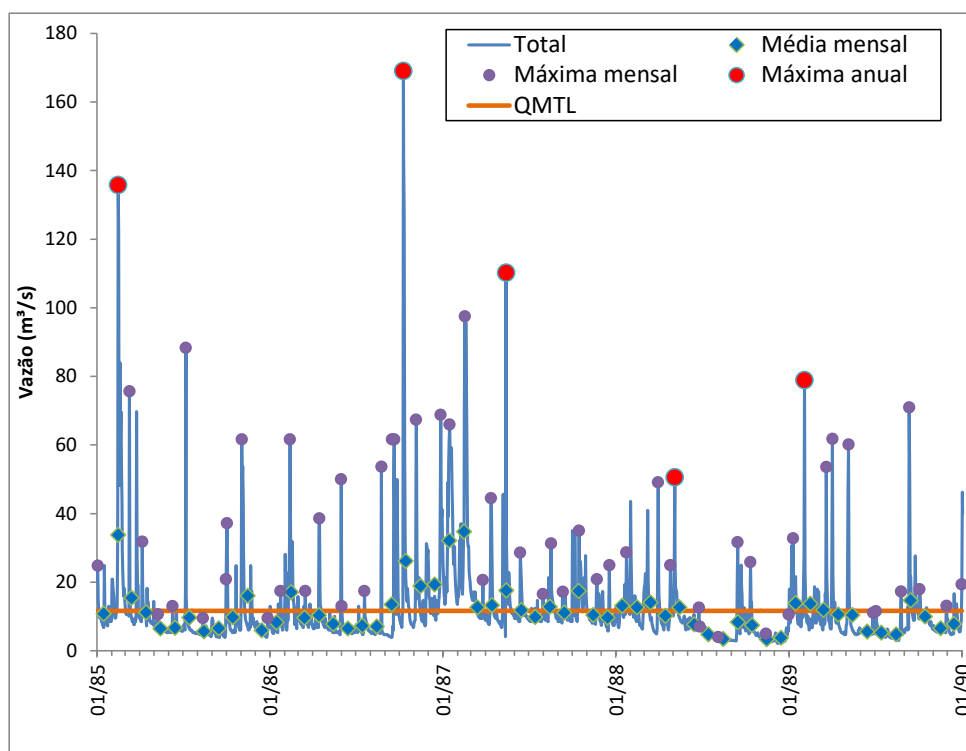


Figura 4. Representação do hidrograma com vazões características

3.1 Tipos de séries

O primeiro passo no estudo das frequências de vazões é a obtenção da série de dados a ser analisada.

De acordo com a constituição dos dados, as séries hidrológicas podem ser classificadas como:

- Série total ou série completa: formada por todos os dados;
- Série Parcial: formada pela série de dados acima de determinado valor (para eventos máximos) ou menores que determinado valor (para eventos mínimos);
- Série de máximas anuais: formada pelos maiores valores de cada ano;
- Série de mínimas anuais: Formada pelos menores valores de cada ano.

A série total é comumente usada para a determinação da curva de permanência e também para a caracterização do regime hidrológico, neste caso com as séries de vazões mensais. Para eventos extremos de máximas ou mínimas é comum adotar respectivamente as séries de máximas ou mínimas anuais.

O Intervalo de recorrência ou período de retorno de uma série anual e parcial tem significados diferentes. Para a série anual o intervalo de recorrência significa o número médio de anos entre a ocorrência de um evento de dada magnitude como a máxima anual. Na série parcial o intervalo de recorrência não implica o máximo anual.

Chow (1964) mostrou que o período de retorno para a série de eventos máximos de excedência anual pode ser estimado com base na série de máximas anuais pela expressão:

$$T_E = \frac{1}{\ln\left(\frac{T}{T-1}\right)} \quad (28)$$

Para valores iguais ou superiores a 5, essa relação se aproxima de:

$$T_E = T - 0,5 \quad (29)$$

Em que:

T_E = período de retorno de eventos com série parcial;

T = período de retorno de eventos com série de máxima anual.

3.2 Definição do ano hidrológico

Na análise de eventos extremos geralmente se utilizam as séries de máximas (ou mínimas) anuais, em que somente o maior (ou menor) valor observado a cada ano é considerado. O uso destas séries supõe que as amostras sejam representativas, constituídas por eventos independentes e que a série seja estacionária. A série é dita estacionária quando não ocorrem modificações nas características da sua população ao longo do tempo. A independência de dois eventos é caracterizada quando a ocorrência de qualquer deles não afeta o resultado do outro. No caso de vazões extremas, deve-se observar com atenção esta condição, uma vez que as vazões máximas e mínimas diárias são dependentes das vazões anteriores. Neste caso deve-se ter especial atenção na definição do ano hidrológico, correspondente ao período de doze meses, começando com o início dos eventos chuvosos e fim da estação seca. Tucci (2001) recomenda que no estudo de vazões máximas seja escolhida a maior vazão dentro do ano hidrológico, e no caso de vazões mínimas a seleção da amostra deve ser realizada entre as estações chuvosas.

DNAEE (1976) define o ano hidrológico como “período contínuo de doze meses durante o qual ocorre um ciclo anual climático completo e que é escolhido por permitir uma comparação mais significativa dos dados meteorológicos”. Cicco et al. (1985) comentam que o ano hidrológico é mais bem caracterizado quando a capacidade de armazenamento de água na bacia hidrográfica é mínima, julgando a partir de um escoamento mensal e de uma vazão diária mínima, a qual pode representar o escoamento básico de uma bacia. Sendo assim, o ano hidrológico é determinado a partir do mês de início da estação chuvosa, ao final da estação seca. Na Figura 5 está representada uma série hidrológica onde é possível visualizar as diferenças entre o ano civil e o ano hidrológico. Moster et al. (2003) utilizaram o balanço hídrico de Thornthwaite para determinação do ano hidrológico. Segundo Wicht (1943), para avaliar as flutuações de cheias periódicas através da medição da descarga nos rios, é essencial usar o ano hidrológico como unidade de tempo, quando a consequência do tratamento na descarga total está sendo determinada. Em regiões com uma precipitação estacional, o ano hidrológico, começando e terminando logo antes da primeira chuva, deve ser utilizado.

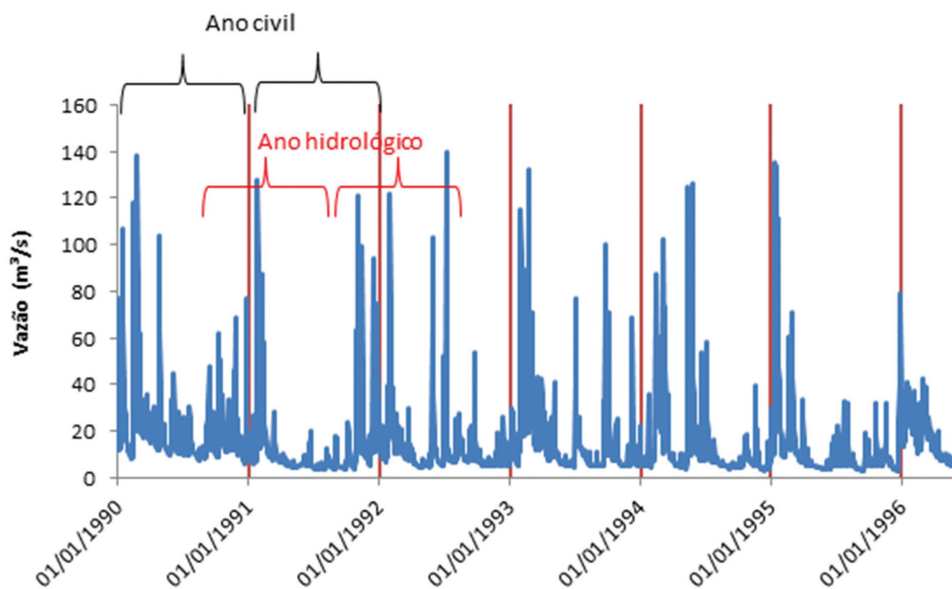


Figura 5. Representação do ano civil e ano hidrológico na série de vazões

Back et al. (2010) mostraram que, para análise de chuvas máximas de Santa Catarina, a utilização do ano hidrológico ou do ano civil não afeta significativamente as séries de máximas anuais. Os autores mostraram que, para o caso de chuvas máximas, pode-se utilizar qualquer mês como início do ano para determinar as séries de máximas anuais. No entanto, para o caso de vazões, há necessidade de melhor definição do período. Por facilidade nos procedimentos de análise de dados, é comum considerar o ano civil como ano hidrológico. No entanto, para regiões onde a época das cheias ocorre no verão, caso

um evento máximo ocorra na virada do ano, ele seria registrado para dois anos seguidos da série de máximas anuais, o que constitui um erro de procedimento.

3.3 Tratamento de falhas

Nas séries de dados hidrológicos, especialmente nos dados de vazão, é comum encontrar falhas nos registros de dados (Figura 6). Essas falhas podem ser por motivos diversos como a falta de leitura nas réguas em alguns dias ou danos causados pelos eventos extremos nas seções de réguas.

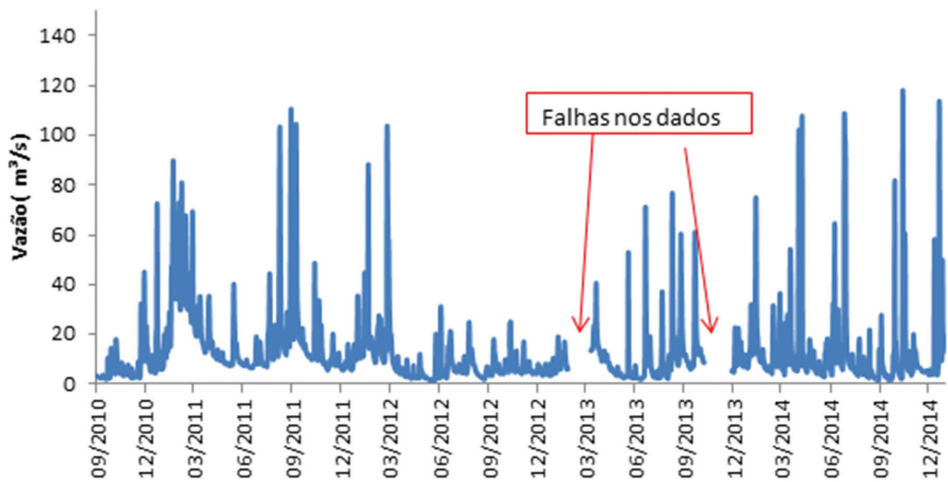


Figura 6. Representação de séries hidrológicas com falhas nas observações

Para as médias mensais pode-se utilizar de técnicas de preenchimento de falhas. No entanto, para as séries de vazões mínimas e máximas, que são baseadas em dados diários, geralmente não se faz o preenchimento, ficando a série com falhas nas observações.

As falhas nos registros prejudicam a análise de frequência, especialmente quando estão sendo analisados eventos extremos, em que se deve determinar a série de máximas ou mínimas anuais. Nestes casos surge a dúvida da necessidade de excluir o ano com falha da série, uma vez que existe a possibilidade de que o valor máximo (ou mínimo) esteja entre os dados faltosos. Por outro lado, como em geral as séries de dados medidos são relativamente curtas, a exclusão dos anos com falhas influencia no cálculo da frequência dos eventos e pode prejudicar a análise.

De acordo com Papalexiou & Koutsoyiannis (2013) na análise de séries com falhas podem-se adotar os seguintes procedimentos:

- i) estabelecer critérios para avaliar a validade do valor máximo encontrado;
- ii) aceitar somente os valores máximos de anos completos;
- iii) aceitar todos os valores.

O critério de aceitar todos os valores somente se justifica se as falhas forem

pequenas (alguns dias). O critério de aceitar somente os valores das séries completas pode eliminar muitos anos em que existem valores extremos na série. Desta forma, o procedimento de estabelecer critérios para avaliar a validade dos valores em séries com falhas parece ser o mais adequado.

Um critério que pode ser aplicado é analisar a série de estações fluviométricas próximas e verificar se os eventos extremos naquele ano ocorreram no período em que há falhas nos dados na série que está sendo analisada. Se estes eventos ocorrem em épocas distintas, não há necessidade de eliminar o ano da série.

Da mesma forma, se o período em que ocorreu a falha nos dados é um período com vazões acima da média, não há necessidade de eliminar o ano na série de mínimas anuais.

Papalexiou & Koutsoyiannis (2013) apresentaram dois critérios para eliminar um ano com falhas da série de máximas anuais:

- anos em que o número de dados faltantes é igual ou superior a 1/3 dos dados (4 meses ou 122 dias);
- anos em que o valor máximo da série com falhas está classificado entre os 40% menores valores da série de máximas.

Para as séries de vazões médias mensais, também se pode adotar o critério de somente eliminar os meses com número de dados inferior a um limite, como, por exemplo, 25 ou 20 dias.

4 Análise de frequência

A vazão é uma variável hidrológica que apresenta grande variação temporal, tanto dentro do período anual como entre os anos. Dessa forma, sua previsão deve ser feita com base em fundamentos de probabilidade, a partir do estudo de frequências das vazões observadas. O procedimento adotado é ajustar as séries observadas às distribuições teóricas de probabilidades e, com base nestas, estimar a vazão com determinado nível de probabilidade ou risco de ser superada ou ainda com o período de retorno.

A análise de frequência de dados de vazão pode ser feita de modo empírico ou ajustando-se uma distribuição teórica de probabilidades.

4.1 Frequência empírica

A frequência (F) de um evento que é observado **m** vezes num período de **n** anos pode ser calculada pelo método conhecido como Califórnia (1923), sendo:

$$F = \frac{m}{n} \quad (30)$$

Este método apresenta alguns inconvenientes, como atribuir frequência 1,0 para o menor evento. Diversas fórmulas foram propostas para a determinação mais adequada da frequência de eventos (Tabela 8). Cunnane (1978) fez um estudo no qual observou que as principais fórmulas apresentadas até o presente momento de sua análise se enquadravam em uma estrutura geral dada por:

$$F = \frac{i-a}{N+1-2a} \quad (31)$$

As fórmulas de Califórnia e Weibull são as mais usadas para dados assumindo a distribuição normal. A fórmula de Cunnane é tida como fórmula de compromisso com bons resultados para a maioria das distribuições estatísticas utilizadas na hidrologia, principalmente para distribuições de valores extremos. A equação de Blom (1958) é indicada para distribuição normal. Grigorten (1963) apresentou a equação para a distribuição de Gumbel.

Tabela 8. Expressões utilizadas para o cálculo do período de retorno

Autor	F - Frequência	a	Equação
Califórnia (1923)	$F = \frac{m}{N}$	-	(32)
Hazen (1914)	$F = \frac{m}{N+1}$	0,5	(33)
Weibull (1939)	$F = \frac{m}{N+1}$	0,0	(34)
Beard (1943)	$F = \frac{m-0,31}{N+0,38}$	0,31	(35)
Chegodayev (1955)	$F = \frac{m-0,3}{N+0,4}$	0,30	(36)
Blom (1958)	$F = \frac{m-0,375}{N+0,25}$	0,375	(37)
Tukey (1962)	$F = \frac{3m-1}{3N+1}$	-	(38)
Gringorten (1963)	$F = \frac{m-0,44}{N+0,12}$	0,44	(39)
Cunnane (1978)	$F = \frac{m-0,4}{N+0,2}$	0,40	(40)

Onde: n é o número total de dados na série; m é o número de ordem dos dados arranjados em ordem crescente sendo m = 1 para o maior valor e m = n para o menor valor.

4.2 Análise de frequência baseada em distribuição de probabilidades

Existem diversas distribuições de probabilidade que podem ser usadas para estimativas de vazões. Embora estudos apontem algumas distribuições possíveis de serem usadas, não é possível assumir uma distribuição de probabilidade como ideal para descrever a frequência de vazões extremas. O procedimento mais indicado é avaliar dentre um conjunto de possíveis modelos teóricos de probabilidade quais são os mais indicados para série observada. Entre as distribuições mais usadas para eventos máximos, destacam-se:

- Distribuição de Eventos Extremos do tipo I ou distribuição de Gumbel;
- Distribuição Generalizada de Eventos Extremos (GEV);
- Distribuição Log-Normal com 2 parâmetros;
- Distribuição Log-Normal com 3 parâmetros;
- Distribuição Pearson Tipo III;
- Distribuição Log-Pearson Tipo III;
- Distribuição Frechet.

Para distribuição de eventos mínimos, têm-se as seguintes distribuições de probabilidades:

- Distribuições de extremos Tipo I ou distribuição de Gumbel por Mínimos;
- Distribuição extremos do Tipo III ou distribuição de Weibull com dois parâmetros;
- Distribuição extremos do Tipo III ou distribuição de Weibull com três parâmetros;
- Distribuição Log-Normal com 2 parâmetros;
- Distribuição Log-Normal com 3 parâmetros;
- Distribuição Pearson Tipo III;
- Distribuição Log-Pearson Tipo III.

Para vazões médias mensais ou média anual, podem-se indicar as distribuições:

- Distribuição Normal;
- Distribuição Log-Normal com 2 parâmetros;
- Distribuição Log-Normal com 3 parâmetros;
- Distribuição Gama.

As distribuições teóricas de probabilidade para as variáveis contínuas, como a vazão, descrevem as probabilidades dos possíveis valores de uma variável aleatória contínua. As probabilidades de variáveis aleatórias contínuas (X) são definidas como a área sob a curva da sua distribuição e a função de densidade de probabilidade (fdp) é uma equação que representa a distribuição de probabilidade de uma variável aleatória contínua.

A função distribuição acumulada ($F(x)$) calcula a probabilidade acumulada para um determinado valor de x , ou seja, a probabilidade de que uma observação aleatória que é extraída da população seja menor ou igual a um determinado x , isto é

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx \quad (41)$$

4.2.1 Distribuição Normal

A distribuição Normal tem várias aplicações na climatologia e na hidrologia, especialmente para séries com coeficiente de assimetria próximo à zero ($g = 0$), como chuva total anual e vazões médias anuais.

A função densidade de probabilidades é dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (42)$$

Em que μ é o parâmetro de posição e σ é o parâmetro de escala. Os quantis podem ser estimados por:

$$x_T = \mu + Z\sigma \quad (43)$$

Em que: Z é valor z da distribuição normal padrão.

4.2.2 Distribuição Log-Normal

A distribuição Log-Normal tem função densidade de probabilidades dada por:

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma_y\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{[\ln x - \mu_y]^2}{2\sigma_y^2}} \quad (44)$$

Em que μ_y e σ_y são respectivamente os parâmetros de escala e formada distribuição. Os quantis podem ser estimados por:

$$X_i = \exp(\mu_y + Z\sigma_y) \quad (45)$$

A distribuição Log-Normal tem assimetria positiva, como a maioria das séries hidrológicas e por isso é muito usada para modelar chuvas mensais, vazões mensais ou anuais. Para série de máximas anuais de vazão também tem mostrado bons resultados. Chow (1964) comenta que uma das primeiras aplicações dessa distribuição na hidrologia foi feita por Hazen em 1914, que sugeriu o uso dos logaritmos das vazões com a distribuição normal. Granemann et al. (2018) afirmam que distribuição do Log-Normal é recomendada na literatura para vazão máxima anual devido a sua assimetria sempre positiva, mas também para vazões mínimas anuais, considerando que se limita inferiormente às variáveis aleatórias positivas, no caso de vazões diárias mínimas médias anuais.

4.2.3 Distribuição Log-Normal com três parâmetros

A distribuição Log-Normal com três parâmetros (LN3) tem função densidade de probabilidades dada por:

$$f(x) = \frac{1}{(x - \beta)\sigma_y\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{[1n(x-\beta) - \mu_y]^2}{2\sigma_y^2}} \quad (44)$$

Em que μ_y , σ_y e β são respectivamente os parâmetros de escala, forma e posição da distribuição. Sendo β um limite inferior para os dados de vazão.

Os quantis podem ser estimados por:

$$X_T = \exp(\mu_y + Z\sigma_y) + \beta \quad (45)$$

4.2.4 Distribuição Gama

A distribuição Gama tem como função densidade de probabilidades dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\alpha^\beta \Gamma(\beta)} x^{\beta-1} e^{-x/\alpha} \quad (46)$$

Em que α e β são os parâmetros de escala e forma da distribuição, e Γ é a função gama.

Para estimativa dos valores pode-se usar a expressão:

$$x_T = \mu + K\sigma \quad (47)$$

Em que: K é o fator de frequência para a distribuição Gama. Kite (1977) descreve os métodos de estimativa do fator de frequência em função do coeficiente de assimetria da amostra e da probabilidade.

A distribuição Gama, assim como a distribuição Log-Normal, também possui coeficiente de assimetria positivo e o parâmetro que permite variar a forma da função densidade. Segundo Tucci (2015), a distribuição Gama tem ampla aplicação nos estudos em hidrologia, com destaque para vazões de maneira geral. Normalmente é usada para modelar vazões médias mensais e vazões anuais.

4.2.5 Distribuição Pearson tipo III

O estatístico inglês Karl Pearson (1857-1936) desenvolveu um sistema de curvas de probabilidades que definia oito grandes famílias de distribuições de probabilidades, entre as quais, pode-se citar a Normal, a Gama e a Beta. Essas famílias são comumente referidas na literatura estatística como Pearson Tipo I, Tipo II, e assim por diante, até a Pearson tipo VIII. De todo esse sistema de funções, as distribuições pertencentes à família Gama, ou distribuições Pearson Tipo III, estão entre as que encontraram um maior número de aplicações na análise de frequências de variáveis hidrológicas, com destaque as vazões e precipitações máximas anuais.

A distribuição Pearson tipo III tem como função densidade de probabilidades:

$$f(x) = \frac{1}{\alpha \Gamma(\beta)} \left(\frac{x-\gamma}{\alpha} \right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{x-\gamma}{\alpha} \right)} \quad (48)$$

Em que, α e β são os parâmetros de posição, escala e forma da distribuição, e Γ é a função gama.

A função de probabilidades acumuladas da distribuição Pearson Tipo III é expressa por:

$$F(x) = \frac{1}{\alpha \Gamma(\beta)} \int_{\gamma}^{\infty} \left\{ \frac{x-\gamma}{\alpha} \right\}^{\beta-1} e^{-\left\{ \frac{x-\gamma}{\alpha} \right\}} dx \quad (49)$$

Estimativa do valor esperado de X dado a probabilidade P

$$X = \mu + K\sigma \quad (50)$$

Em que: K é o fator de frequência, que para a distribuição Pearson (Kite, 1977).

A distribuição Pearson tipo III, da mesma forma que a distribuição Log-Normal de três parâmetros, apresenta um parâmetro de posição que pode ser interpretado como um limite inferior. Quando $\gamma = 0$, a distribuição de Pearson tipo III se transforma na distribuição Gama.

Uma das características dessa distribuição é que o parâmetro α é função do coeficiente de assimetria e da variância da população. Assim, pode-se inferir que o parâmetro α e o coeficiente de assimetria (γ) possuem sempre o mesmo sinal. Quando a distribuição possui uma assimetria positiva ($\gamma > 0$), α também é positivo e o parâmetro de posição representa um limite inferior.

4.2.6 Distribuição Log-Pearson tipo III

Se os logaritmos de variável x ($\ln x$) são distribuídos segundo a variação Pearson tipo III, a variável x deverá se distribuir como a Log Pearson tipo III. A distribuição Log-Pearson tipo III tem como função densidade de probabilidades:

$$f(x) = \frac{1}{\alpha X \Gamma(\beta)} \left\{ \frac{\ln(X) - \gamma}{\alpha} \right\}^{\beta-1} e^{-\left\{ \frac{\ln(X) - \gamma}{\alpha} \right\}} \quad (51)$$

Em que, α e β são os parâmetros de posição, escala e forma da distribuição, Γ é a função gama.

A função de probabilidades acumulada é dada por

$$F(X) = e^{-e^{-\alpha(X-\beta)}} \quad (52)$$

Os quantis da distribuição são estimados por:

$$X = \exp(\mu_y + K\sigma_y) \quad (53)$$

Em que: K é o fator de frequência para a distribuição Log-Pearson (Kite, 1977).

Existem duas maneiras para estimar os parâmetros de distribuição Log Pearson tipo III. Uma é ajustar os parâmetros de distribuição dos dados e a outra é ajustar a distribuição Pearson tipo III aos logaritmos dos eventos.

4.2.7 Distribuição de Extremo tipo I ou Distribuição de Gumbel para máximos

Fisher & Tippet (1928) desenvolveram a teoria dos valores extremos, que é baseada no estudo da distribuição limite das estatísticas do máximo normalizado (ou do mínimo) de variáveis aleatórias independentes, que gera a chamada “distribuição de valor extremo”. Uma distribuição de valor extremo pode ser tipo I, II ou III, que se denominam respectivamente distribuição Gumbel, Fréchet e Weibull. Mais tarde Jenkinson (1955) mostrou que essas três distribuições podem ser escritas em uma única distribuição, denominada de distribuição Generalizada de Valores Extremos (GEV). As distribuições de probabilidades de valores extremos máximos são frequentemente classificadas segundo esses tipos de distribuição acumuladas:

A distribuição de extremos tipo I, também conhecida como distribuição de Gumbel ou Fisher-Tippet do tipo I, tem função densidade de probabilidade dada por:

$$f(x) = \alpha e^{\{-\alpha(X-\beta) - e^{-\alpha(X-\beta)}\}} \quad (54)$$

Em que β e α são os parâmetros de posição, escala.

A função cumulativa de probabilidade é:

$$F(x) = e^{-e^{-\alpha(X-\beta)}} \quad (55)$$

Para estimativa dos valores, adota-se a equação

$$X_T = \beta + \alpha \{-\ln(-\ln(1 - 1/T))\} \quad (56)$$

A distribuição de Gumbel tem sido muito usada para eventos de chuvas máximas e vazões máximas.

4.2.8 Distribuição Gumbel para mínimos

No caso de valores mínimos a distribuição de Gumbel tem a função densidade de probabilidade dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} e^{\left\{ \frac{(x-\beta)}{\alpha} - e^{-\left(\frac{x-\beta}{\alpha}\right)} \right\}} \quad (57)$$

Onde: α o parâmetro de escala (desvio padrão da distribuição de Gumbel) e β parâmetro de posição.

A função cumulativa de probabilidade é:

$$F(x) = 1 - e^{-e^{-(x-\beta)/\alpha}} \quad (58)$$

Para estimar o valor de com determinado nível de probabilidade ou período de retorno,

$$X = \beta + \alpha \ln \left\{ -\ln \left[1 - \left(\frac{1}{T} \right) \right] \right\} \quad (59)$$

De acordo com Finkler et al. (2015), a distribuição de Gumbel (mínimos), denominada também como extremo tipo I, é uma distribuição extrema bastante utilizada na análise de eventos hidrológicos mínimos anuais.

4.2.9 Distribuição Weibull com dois parâmetros

A distribuição de Weibull pertence à mesma família que a distribuição de Gumbel e é conhecida também como distribuição de extremo tipo III. A função densidade de probabilidades da distribuição Weibull é dada por:

$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha} \quad (60)$$

Em que: β e α são respectivamente os parâmetros de posição e escala, e a variável x pode assumir qualquer valor no intervalo $-\infty < x < \infty$

A função cumulativa de probabilidade é dada por:

$$F(X) = 1 - e^{-\frac{x}{\beta}^\alpha} \quad (61)$$

Para estimar o valor com determinado nível de probabilidade:

$$X = -\ln(1 - P[X \leq x])^{1/\alpha} \beta \quad (62)$$

A distribuição Weibull tem mostrado bom ajuste a série de vazões mínimas. Segundo Naghettini & Pinto (2007), se o limite inferior de X é positivo e diferente de zero, a distribuição torna-se a Weibull de três parâmetros pela inclusão do terceiro parâmetro ξ .

4.2.10 Distribuição Weibull com três parâmetros

A função densidade de probabilidade é:

$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta - \gamma} \left(\frac{x - \gamma}{\beta - \gamma} \right)^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{x-\gamma}{\beta-\gamma}\right)^\alpha} \quad (63)$$

A função cumulativa de probabilidade é dada por:

$$F(x) = e^{-\left(\frac{x-\gamma}{\beta-\gamma}\right)^\alpha} \quad (64)$$

A variável X pode ser estimada por:

$$X = \mu + K\sigma$$

Em que K depende somente do período de retorno e do coeficiente de assimetria, dado por:

$$K_T = \frac{[\ln(T)]^{1/\alpha} - \Gamma\left(\frac{1}{\alpha} + 1\right)}{\sqrt{\Gamma\left(\frac{2}{\alpha} + 1\right) - \Gamma^2\left(\frac{1}{\alpha} + 1\right)}} \quad (65)$$

4.2.11 Distribuição Frechet

A função densidade de probabilidades da distribuição Frechet é dada por:

$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{\beta}{x}\right)^{\alpha+1} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^\alpha\right) \quad (66)$$

Em que β e α são respectivamente os parâmetros de posição, escala da distribuição e x a variável que pode assumir qualquer valor no intervalo $0 \leq x < \infty$.

A função acumulativa é dada por:

$$F(x) = \exp\left[-\left(\frac{\beta}{x}\right)^\alpha\right] \quad (67)$$

Os valores de X podem ser obtidos por:

$$X = \beta \left[-\ln(F)\right]^{1/\alpha} \quad (68)$$

4.2.12 Distribuição Generalizada de Valores Extremos (GEV)

A distribuição Generalizada de Valores Extremos (*Generalizes Extreme Value*) ou distribuição GEV foi introduzida por Jenkinson (1955) e incorpora três formas de assintóticas de valores extremos máximos em uma única expressão. A função densidade de probabilidades da distribuição GEV é dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} \left[1 + k \left(\frac{x-\beta}{\alpha}\right)\right]^{-\left(\frac{1+k}{k}\right)} \exp\left\{-\left[1 + k \left(\frac{x-\beta}{\alpha}\right)\right]^{-\left(\frac{1}{k}\right)}\right\} \quad (69)$$

Em que β e α e k são respectivamente os parâmetros de posição, escala e forma da distribuição.

$$F(x) = \exp\left\{-\left[1 + k \left(\frac{x-\beta}{\alpha}\right)\right]^{-\left(\frac{1}{k}\right)}\right\} \quad (70)$$

Os quantis da distribuição GEV são dados por:

$$x(F) = \beta + \frac{\alpha}{k} \left[1 - (-\ln(F))^k\right] \quad (71)$$

A distribuição GEV tem sido mais recentemente indicada e está sendo amplamente utilizada para análises de frequência de chuva devido à sua capacidade de incluir todos os três tipos de valores extremos assintóticos (Gumbel, Fréchet e Weibull). O valor do sinal

do parâmetro κ determina a forma assintótica de valores extremos máximos, ou seja, se $\kappa < 0$ a GEV representa a distribuição tipo II, definida apenas para $X > (\beta + \alpha)/\kappa$. Se $\kappa > 0$ a GEV representa a distribuição tipo III definida apenas para $X < (\beta + \alpha)/\kappa$. Se $\kappa = 0$ a GEV corresponde à distribuição de Gumbel com os parâmetros de escala α e posição β .

4.3 Comentários sobre as distribuições

Nas últimas décadas, muitos estudos têm sido realizados sobre o melhor ajuste de distribuição de probabilidades para séries hidrológicas. Além disso, muitos países usam distribuição de probabilidade específica para análise de eventos hidrológicos máximos. A distribuição Log-Pearson é indicada para estimativa de vazões máximas nos Estados Unidos (WRC, 1976; USWC, 1981, IACWD, 1982) e Austrália (PATTISON, 1977). Na China é recomendada a distribuição Pearson tipo III (RIZWAN et al., 2018).

Na Inglaterra, o *Natural Environment Research Council* (NERC, 1975) realizou um estudo verificando o ajuste das distribuições Gumbel, GEV, Log-Normal com dois parâmetros, Gama, Log Gama, Pearson tipo III e Log Pearson III. Embora os resultados do estudo apontassem a distribuição Log Pearson III como a mais adequada para as amostras utilizadas entre as distribuições testadas em mais da metade dos métodos utilizados, eles recomendaram o uso da distribuição GEV como o método padrão para análise de frequências no país. Vários países da Europa, como Áustria, Alemanha, Itália e Espanha recomendam o uso da distribuição GEV nos estudos de eventos extremos máximos como chuva e vazão (SALINAS et al., 2014). A distribuição Gumbel é recomendada no Canadá (MILLINGTON et al., 2011).

No Brasil, a Eletrobrás recomendou em um documento intitulado “Diretrizes para Estudos e Projetos de Pequena Centrais Hidrelétricas” que os modelos probabilísticos utilizados em projetos seriam selecionados entre o Gumbel e o Exponencial, considerando como critério de escolha a maior proximidade do coeficiente de assimetria amostral aos populacionais, de 1,14 ou 2, respectivamente. Para vazões mínimas, recomenda as distribuições Gumbel e Weibull.

DNIT (2005) apresenta a distribuição de Gumbel com parâmetros estimados pelo método de Chow e a distribuição Log-Pearson com parâmetros ajustados pelo método dos momentos para estimativa de vazões máximas em projeto de rodovias.

4.4 Estimativa dos parâmetros da distribuição

Uma etapa importante do estudo de frequências é a estimativa dos parâmetros da distribuição de probabilidades. Entre os métodos de ajuste dos parâmetros da distribuição de probabilidades destacam-se os métodos dos momentos (MM), o método da máxima verossimilhança (MV) e o método dos Momentos-L (MML) (HOSKING, 1990).

4.4.1 Método dos Momentos

O método dos momentos consiste em igualar os momentos amostrais aos momentos populacionais da distribuição. Os momentos amostrais são estimados por

quantidades similares, calculadas a partir dos dados de uma amostra de tamanho n . Por exemplo, o estimador natural de μ é a média aritmética ou momento amostral de primeira ordem em relação a origem. Assim, tem-se:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \quad (72)$$

Os momentos amostrais de ordem superior são estimadores viesados dos momentos populacionais de mesma ordem, entretanto podem ser corrigidos para produzir estimadores sem viés, como, por exemplo, para a variância, assimetria e curtose respectivamente:

$$\sigma^2 = \frac{n}{(n-1)} m_2 \quad (73)$$

$$\gamma = \frac{n^2}{(n-1)(n-2)} \frac{m_3}{s^3} \quad (74)$$

O método dos momentos apresenta a vantagem de ser relativamente simples e fácil de calcular. No entanto, em geral considera-se que o MM tem uma qualidade inferior e menos eficiente do que outros métodos de estimação dos parâmetros, como o método da máxima verossimilhança (MV) (VIVEKANANDAN, 2015). Esta baixa eficiência é notada principalmente quando se trata de distribuições com mais de três parâmetros, pois os momentos de ordem alta têm uma probabilidade maior de estar enviesado em amostras relativamente pequenas.

Além de dependentes do tamanho da amostra, as estimativas com base nos momentos amostrais convencionais envolvem potências sucessivas dos desvios dos dados em relação ao valor central. Em consequência, pequenas amostras tendem a produzir estimativas não confiáveis, principalmente para funções de momentos de ordem superior, como a assimetria e a curtose.

Embora o método dos momentos seja largamente utilizado para ajustar distribuições de frequências de variáveis em climatologia, são casos excepcionais as situações em que ele se mostra totalmente eficiente para estimar parâmetros climatológicos, cuja exceção é a distribuição normal, em que os estimadores dos momentos são conjuntamente suficientes e, portanto, idênticos às estimativas de máxima verossimilhança. Na Tabela 9 constam as fórmulas para obter as estimativas dos parâmetros pelo método dos momentos das principais distribuições de probabilidade usadas na análise de dados de vazão.

Tabela 9. Fórmula para estimativa dos parâmetros das distribuições de probabilidades pelo método dos momentos

Distrib.	Param.	Fórmula	
Normal	Localção	$\mu = \bar{x}$	(75)
	Escala	$\sigma = s$	(76)
LN2	Localção	$\mu_y = \ln \mu - \ln \left(\sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\mu^2}} \right)$	(77)
	Escala	$\sigma_y = \sqrt{\ln \left(1 + \frac{\sigma^2}{\mu^2} \right)}$	(78)
	Forma	$\mu_y = \ln \left(\frac{\sigma}{\omega_2} \right) - 0,5 \ln(\omega_2^2 + 1)$	(79)
LN3	Localção	$\omega_1 = \frac{\sigma}{\mu}$	(80)
	Escala	$\sigma_y = \sqrt{\ln(\omega_2^2 + 1)}$	(81)
	Forma	$\beta = \mu - \frac{\sigma}{\omega_2}$	(82)
P3	Localção	$\alpha = \frac{\sigma}{\sqrt{\beta}}$	(83)
	Escala	$\beta = \left(\frac{2}{\gamma_1} \right)^2$	(84)
	Forma	$\gamma = \mu - \sigma \sqrt{\beta}$	(85)
LP3	Localção	$\mu_y = \gamma + \alpha \beta$	(87)
	Escala	$\sigma_y = \alpha \sqrt{\beta}$	(88)
	Forma	$\gamma_y = \frac{2}{\sqrt{\beta}}$	(89)
GB	Localção	$\alpha = \frac{\pi}{\sqrt{6} \sigma} = \frac{1,2825}{\sigma}$	(90)
	Escala	$\beta = \mu - 0,5772157\alpha$	(91)
GB min	Localção	$\alpha = 1,2826/S$	(92)
	Escala	$\beta = \bar{x} + 0,451S$	(93)

Continua...

...continuação

Distrib.	Param.	Fórmula	
Wb3	Locação	$\frac{1}{\alpha} = C_0 + C_1\gamma_1 + C_2\gamma_1^2 + C_3\gamma_1^3 + C_4\gamma_1^4$	(94)
	Escala	$\beta = \mu + A_\alpha\sqrt{\sigma^2}$	(95)
	Forma	$\gamma = \beta - \beta_\alpha\sqrt{\sigma^2}$	(96)
Wb2	Locação	$CV = \frac{\sqrt{\Gamma(1 + \frac{2}{\alpha}) - \Gamma^2(1 + \frac{1}{\alpha})}}{\Gamma(1 + \frac{1}{\alpha})}$	(97)
	Escala	$\beta = \frac{\mu}{\Gamma(1 + 1/\alpha)}$	(98)
Gama	Locação	$\alpha = \frac{S^2}{\bar{x}}$	(99)
	Escala	$\beta = \frac{\bar{x}^2}{S^2}$	(100)
GEV	Locação	$\alpha = \sqrt{\frac{\kappa^2 Var[X]}{\Gamma(1 + 2\kappa) - \Gamma^2(1 + \kappa)}}$	(101)
	Escala	$\beta = E[x] - \frac{\alpha}{\kappa} [1 - \Gamma(1 + \kappa)]$	(102)
	Forma	$\frac{-\Gamma(1 + 3k) + 3\Gamma(1 + k)\Gamma(1 + 2k) - 2\Gamma^3(1 + k)(1 + k)}{[\Gamma(1 + 2k) - \Gamma^2(1 + k)]^{1.5}}$	(103)
Frechet	Locação	$v = \sqrt{\frac{\Gamma(1 - \frac{2}{\alpha})}{\Gamma^2(1 - \frac{1}{\alpha})}} - 1$	(104)
	Escala	$\beta = \left(\frac{n}{t}\right)^{1/\alpha}$	(105)

LN2 = Log-Normal 2 parâmetros; LN3 = Log-Normal 3 parâmetros; P3 Pearson III; LP = Log-Pearson III; GB = Gumbel; WB3 = Weibull 3 parâmetros; WB2 = Weibull 2 parâmetros; GEV = Generalizada de Valores Extremos

4.4.2 Método da Máxima Verossimilhança

O método da máxima verossimilhança busca os valores para os parâmetros de maneira a maximizar a probabilidade dos dados amostrados, sendo dado o modelo assumido. O princípio da verossimilhança afirma que devemos escolher aquele valor do parâmetro desconhecido que maximiza a probabilidade de obter a amostra particular observada, ou seja, o valor que torna aquela amostra a mais provável. De acordo com Yevjevich (1972) o método da máxima verossimilhança usualmente conduz a estimativas não enviesadas e, se existe uma estimativa eficiente para os parâmetros, então as soluções de equações de verossimilhança serão funções dessa estimativa adequada.

Segundo Rao & Hamed (2000), o MV apresenta a desvantagem que é a forte instabilidade quando aplicado a pequenas amostras que podem gerar valores absurdos em alguns parâmetros.

O método da MV é considerado aquele com maior eficiência por proporcionar os estimadores com maior plausibilidade possível, porém, em alguns casos, sua maior eficiência é apenas assintótica, o que faz com que sua aplicação a amostras de pequeno tamanho produza estimadores de qualidade comparáveis ou inferiores a outros métodos.

Uma desvantagem do MV é que para muitas distribuições não existe equação explícita para estimativa, requerendo métodos numéricos e, em alguns casos, algoritmos mais sofisticados para a solução. Na Tabela 10 constam as fórmulas usadas para estimativa dos parâmetros pelo MV para as diferentes distribuições.

Tabela 10. Fórmula para estimativa dos parâmetros das distribuições de probabilidades pelo método da máxima verossimilhança

Dist.	Param.	Fórmulas	
Normal	Locação	$\mu = \bar{x}$	(106)
	Escala	$\sigma = s$	(107)
LN2	Locação	$\mu_y = \frac{\sum \ln(Xi)}{N}$	(108)
	Escala	$\sigma_y^2 = \frac{\sum [\ln(Xi) - \mu_y]^2}{N}$	(109)
LN3	Locação	$\mu_y = \frac{\sum \ln(xi - \beta)}{N}$	(110)
	Escala	$\sigma_y^2 = \frac{\sum [\ln(xi - \beta) - \mu_y]^2}{N}$	(111)
	Forma	$\frac{(\mu_y - \sigma_y^2)}{\sum (xi - \beta)} = \sum \left[\left(\frac{1}{(xi - \beta)} \right) \ln(xi - \beta) \right]$	(112)

Continua...

...continuação

Dist.	Param.	Fórmulas
P3	Locação	$\alpha = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (x_i - \gamma) - \frac{N}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{(x_i - \gamma)}} \quad (113)$
	Escala	$\beta = 1 / \left[1 - \frac{n^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \gamma) \cdot \sum_{i=1}^n (1/(x_i - \gamma))} \right] \quad (114)$
	Forma	$\alpha = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (x_i - \gamma) - \frac{N}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{(x_i - \gamma)}} \quad (115)$
LP3	Locação	$\sum_{i=1}^n (\ln x_i - \alpha) = n\alpha\beta \quad (116)$
	Escala	$n\psi(\beta) = \sum_{i=1}^n \ln[(\ln x_i - \gamma)/\alpha] \quad (117)$
	Forma	$n = \alpha(\beta - 1) \sum_{i=1}^n 1/(\ln x_i - \gamma) \quad (118)$
WB3		$\beta = \gamma + \left[\frac{\sum (x_i - \gamma)^\alpha}{n} \right]^{1/\alpha} \quad (119)$
Gama	Locação	$\alpha = \frac{\bar{X}_t}{\beta} \quad (120)$
	Escala	$\beta = \frac{1 + \sqrt{1 + 4\frac{A}{3}}}{4A} \quad (121)$
		$A = \ln(\bar{x}) - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (122)$

LN2 = Log-Normal 2 parâmetros; LN3 = Log-Normal 3 parâmetros; P3 Pearson III; LP = Log-Pearson III;; WB3 = Weibull 3 parâmetros;

4.4.3 MML - Método dos Momentos-L

O método dos momentos ponderados por probabilidades, conhecido como Momentos-L, pode produzir estimadores de parâmetros comparáveis, em qualidade, àqueles gerados pela máxima verossimilhança, com a vantagem de exigir um menor esforço computacional (NAGHETTINI & PINTO, 2007).

O método dos Momentos-L consiste de uma abordagem que permite estimar os parâmetros de uma distribuição de probabilidades com base em momentos estatísticos de ordem superior a três, podendo-se, em casos de pequenas amostras, ajustar a distribuição com maior precisão do que o Método da Máxima Verossimilhança.

Os Momentos-L são medidas de posição, escala e forma das distribuições de probabilidades, similares aos momentos convencionais, mas são estimados por combinações lineares da assimetria, da curtose e do coeficiente de variação. Eles compõem um sistema de medidas mais confiáveis para a descrição das características das distribuições de probabilidade e são derivados dos momentos ponderados de probabilidade.

Os Momentos-L são um sistema alternativo para descrever a forma da distribuição de probabilidades, baseados nos momentos ponderados de probabilidade de uma variável aleatória X com distribuição acumulativa $F(X)$ definida por Greenwood et al. (1979), como:

$$M_{p,r,s} = E[X^p \{F(X)\}^r \{1 - F(X)\}^s] \quad (123)$$

Em particular os momentos ponderados $M_{1,0,s}$ e $M_{1,r,0}$ são os de maior utilidade na caracterização das distribuições de probabilidade e são dados por:

$$M_{1,0,s} = \alpha_s \int_0^1 xu(1-u)^s du \quad (124)$$

$$M_{1,r,0} = \beta_r \int_0^1 xu(1-u)^r du \quad (125)$$

Os momentos ponderados de probabilidade α_r e β_r têm sido usados como bases do método de estimativa dos parâmetros de distribuição de probabilidade. Hosking (1986) demonstrou que estes momentos possuem generalidades suficientes para a estimação dos parâmetros de distribuições de probabilidade, além de estarem menos sujeitos a flutuações amostrais e, portanto, serem mais robustos que os órbitos pelos métodos dos momentos.

Para uma amostra da variável aleatória X , ordenada de modo crescente, as estimativas não enviesadas de α_r e β_r podem ser calculadas pelas seguintes expressões:

$$a_s = \alpha_s \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{C_s^{N-i}}{C_s^{N-1}} x_i \quad (126)$$

$$b_r = \beta_r \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{C_r^{N-i}}{C_r^{N-1}} x_i \quad (127)$$

Para uma variável aleatória X com função quantil $x(u)$, os momentos-L de X são definidos como sendo quantis:

$$\lambda_r = \int_0^1 x(u) P_{r-1}^*(u) du \quad (128)$$

Em termos de momentos de probabilidade ponderada, os momentos-L são dados por:

$$\lambda_1 = \alpha_0 + \beta_0 \quad (129)$$

$$\lambda_2 = \alpha_0 - 2\alpha_1 = 2\beta_1 - \beta_0 \quad (130)$$

$$\lambda_3 = \alpha_0 - 6\alpha_1 + 6\alpha_2 = 6\beta_2 - 6\beta_1 + \beta_0 \quad (131)$$

$$\lambda_4 = \alpha_0 - 12\alpha_1 + 30\alpha_2 - 20\alpha_3 = 20\beta_3 - 30\beta_2 + 12\beta_1 + \beta_0 \quad (132)$$

E de forma geral:

$$\lambda_{r+1} = (-1)^r \sum_{k=0}^r P_{r,k}^* \alpha_k = \sum_{k=0}^r P_{r,k}^* \beta_k \quad (133)$$

É conveniente definir as versões adimensionais dos momentos-L, que podem ser obtidas dividindo a maior ordem dos momentos-L pela medida de sala λ_2 . Definindo a razões de momentos-L

$$\tau_r = \frac{\lambda_r}{\lambda_2} \text{ para } r = 3, 4, \dots \quad (134)$$

A razão momentos-L mede a forma da distribuição independente da escala de medida;

Também define-se o L-CV

$$\tau_r = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \quad (135)$$

Esta quantidade é análoga ao coeficiente de variação ordinário (CV).

Observação: L-CV não é abreviação de "L-coeficiente de variação". Em outras palavras poderia mais propriamente ser descrito como o "coeficiente da L-Variação".

Os momentos-L λ_3 e λ_2 , o L-CV τ e as razões momentos-L τ_3 e τ_4 são os quantis mais utilizados para resumir uma distribuição de probabilidade.

Os momentos-L possuem a vantagem sobre os momentos convencionais de serem capazes de caracterizar distribuições com caudas longas e, quando estimados por uma amostra, de serem mais robustos à presença de *outliers* nos dados. Além disso, simulações mostram que os momentos-L, comparados aos momentos convencionais, são

menos sujeitos aos vícios na estimação. Temos, também, que os parâmetros estimados, utilizando-se os momentos-L, são algumas vezes mais precisos em amostras pequenas do que as estimativas obtidas utilizando-se o método de máxima verossimilhança.

Na Tabela 11 constam as fórmulas para estimativa dos parâmetros das distribuições de probabilidade pelo método dos Momentos-L. Mais detalhes podem ser obtidos em Hosking (1985) e Hosking (2005).

Tabela 11. Fórmulas para estimativa dos parâmetros das distribuições de probabilidades pelo método LM

Distribuição	Parâmetro	Equação	
Normal	Localção	$\mu = \lambda_1$	(136)
	Escala	$\sigma = \sqrt{\pi} \lambda_2$	(137)
LN2	Localção	$\mu_y = \ln(L_1) - \frac{\sigma_y^2}{2}$	(138)
	Escala	$\sigma_y = 2 \operatorname{erf}^{-1} \left(\frac{L_2}{L_1} \right)$	(139)
		$\operatorname{erf}^{-1}(t) = \frac{u}{\sqrt{2}}$	(140)
LN3	Localção	$\alpha = \frac{\lambda_2 \kappa e^{-\kappa^2/2}}{1 - 2\phi(-\kappa/\sqrt{2})}$	(141)
	Escala	$\xi = \lambda_1 - \frac{\alpha}{\kappa} \left(1 - e^{\kappa^2/2} \right)$	(142)
	Forma	$k \approx -\tau_3 \frac{E_0 + E_1 \tau_3^2 + E_2 \tau_3^4 + E_3 \tau_3^6}{1 + F_1 \tau_3^2 + F_2 \tau_3^4 + F_3 \tau_3^6}$	(143)
P3	Localção	$\mu = \lambda_1$	(144)
	Escala	$\gamma = \frac{2}{\sqrt{\beta}} \operatorname{sing}(\tau_3)$	(145)
	Forma	$\beta \approx \frac{0,36067z - 0,59567z^2 + 0,25361z^3}{1 - 2,78861z + 2,56096z^2 - 0,77045z^3}$	(146)
		$\alpha = \sqrt{\pi} L_2 \frac{\Gamma(\beta)}{\Gamma(+\frac{1}{2})}$	(147)

Continua...

...continuação

Distribuição	Parâmetro	Equação
		Para $\tau_3 \geq 1/3$, fazendo $tm = 1 - \tau_3$
		$\beta = \frac{(0,36067tm - 0,5967tm^2 + 0,25361tm^3)}{(1 - 2,78861tm + 2,56096tm^2 - 0,77045tm^3)} \quad (148)$
		Para $\tau_3 < 1/3$, fazendo $tm = 3\pi(\tau_3)^2$
		$\beta = \frac{1 + 0,2906tm}{(tm + 0,1882tm^2 + 0,0442tm^3)} \quad (149)$
		$\gamma = L1 - \alpha\beta \quad (150)$
Gumbel	Locação	$\alpha = \frac{\lambda_2}{\ln(\lambda_2)} \quad (151)$
	Escala	$\beta = \lambda_1 - 0,5775\alpha \quad (152)$
Gumbel Mínimos	Locação	$\alpha = \frac{\lambda_2}{\ln(\lambda_2)} \quad (153)$
	Escala	$\beta = \lambda_1 + 0,5775\alpha \quad (154)$
Weibull 3	Locação	$\alpha = \frac{1}{7,8590X + 2,9554C^2} \quad (155)$
	Escala	$C = \frac{2}{3 - t_3} - \frac{\ln(2)}{\ln(3)} \quad (156)$
	Forma	$\beta = \frac{\lambda_2}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)(1 - \alpha)} \quad (157)$
Gama	Locação	$\alpha = \frac{\lambda_1}{\beta} \quad (158)$
	Escala	$z = \pi t^2 \quad (159)$
		$\beta = \frac{(1 - 0,30802z)}{(z - 0,05812z^2 + 0,01765z^3)} \quad (160)$
		Para $0,5 \leq t < 1$ $Z = 1 - t$
		$\beta = \frac{(0,7213z - 0,5947z^2)}{(1 - 2,1817z + 1,2113z^2)} \quad (161)$

Continua...

...continuação

Distribuição	Parâmetro	Equação
GEV	Localção	$\alpha = \frac{\lambda_2 \kappa}{\Gamma(1 + \kappa)(1 - 2^{-\kappa})} \quad (162)$
	Escala	$\beta = \lambda_1 - \frac{\alpha}{\kappa} [1 - \Gamma(1 + \kappa)] \quad (163)$
	Forma	$\kappa = 7,8590C + 2,9554C^2 \quad (164)$
		$C = \frac{2}{3 + \tau_3} - \frac{\ln(2)}{\ln(3)} \quad (165)$
Fréchet	Localção	$\alpha = \frac{\ln(2)}{\ln\left(\frac{L2}{\bar{X}} + 1\right)} \quad (166)$
	Escala	$\beta = \frac{\bar{x}}{\Gamma(1 - 1/\alpha)} \quad (167)$

LN2 = Log Normal 2 parâmetros; LN3 = Log-Normal 3 parâmetros; P3 Pearson III; LP = Log Pearson III; GEV = Generalizada de Valores Extremos

4.4.4 Outros métodos

Chow (1964) apresentou um método para estimativa dos parâmetros da distribuição de Gumbel que passou a ser denominado de Gumbel-Chow, em que as estimativas de α e β são feitas conforme:

$$\alpha = \frac{s}{S_n} \quad (168)$$

$$\beta = \bar{x} - \alpha Y_n \quad (169)$$

Em que:

s = desvio a padrão da série;

\bar{x} = média da série de dados;

Y_n e S_n = média e desvio padrão da variável reduzida (Tabela 12).

Tabela 12. Média (Y_n) e desvio padrão (S_n) da variável reduzida para diferentes valores do tamanho da amostra (N)

N	Y_n	S_n	N	Y_n	S_n	N	Y_n	S_n
10	0,4952	0,9496	40	0,5436	1,1413	70	0,5548	1,1854
11	0,4996	0,9676	41	0,5442	1,1436	71	0,5550	1,1863
12	0,5035	0,9833	42	0,5448	1,1458	72	0,5552	1,1872
13	0,5070	0,9971	43	0,5453	1,1479	73	0,5555	1,1881
14	0,5100	1,0095	44	0,5458	1,1499	74	0,5557	1,1890
15	0,5128	1,0206	45	0,5463	1,1518	75	0,5559	1,1898
16	0,5154	1,0306	46	0,5468	1,1537	76	0,5561	1,1907
17	0,5177	1,0397	47	0,5472	1,1555	77	0,5563	1,1915
18	0,5198	1,0481	48	0,5477	1,1573	78	0,5565	1,1923
19	0,5217	1,0557	49	0,5481	1,1590	79	0,5567	1,1931
20	0,5236	1,0628	50	0,5485	1,1607	80	0,5569	1,1938
21	0,5252	1,0694	51	0,5489	1,1623	81	0,5571	1,1946
22	0,5268	1,0755	52	0,5493	1,1638	82	0,5573	1,1953
23	0,5282	1,0812	53	0,5497	1,1653	83	0,5574	1,1960
24	0,5296	1,0865	54	0,5501	1,1668	84	0,5576	1,1967
25	0,5309	1,0914	55	0,5504	1,1682	85	0,5578	1,1974
26	0,5321	1,0961	56	0,5508	1,1695	86	0,5580	1,1981
27	0,5332	1,1005	57	0,5511	1,1709	87	0,5581	1,1988
28	0,5343	1,1047	58	0,5515	1,1722	88	0,5583	1,1995
29	0,5353	1,1086	59	0,5518	1,1734	89	0,5584	1,2001
30	0,5362	1,1124	60	0,5521	1,1747	90	0,5586	1,2007
31	0,5371	1,1159	61	0,5524	1,1759	91	0,5588	1,2014
32	0,5380	1,1193	62	0,5527	1,1770	92	0,5589	1,2020
33	0,5388	1,1225	63	0,5530	1,1782	93	0,5591	1,2026
34	0,5396	1,1256	64	0,5532	1,1793	94	0,5592	1,2032
35	0,5403	1,1285	65	0,5535	1,1803	95	0,5593	1,2037
36	0,5411	1,1313	66	0,5538	1,1814	96	0,5595	1,2043
37	0,5417	1,1339	67	0,5540	1,1824	97	0,5596	1,2049
38	0,5424	1,1365	68	0,5543	1,1834	98	0,5598	1,2054
39	0,5430	1,1390	69	0,5545	1,1844	99	0,5599	1,2060
						100	0,5600	1,2065

Fonte: Back (2013)

4.5 Testes de aderência

Quando ajustamos uma distribuição de probabilidade a um conjunto de dados, trabalhamos com a hipótese de que a distribuição representaria adequadamente aquele conjunto de dados. Para avaliar o ajuste das distribuições pode-se empregar testes de aderência, que consistem de testes de hipóteses, dentre os quais se destacam o teste de Kolmogorov-Smirnov, o teste de Anderson-Darling, o teste de Filliben, o teste Kuipper e o teste de Cramer Von Mises.

4.5.1 Teste Kolmogorov-Smirnov

O teste de Kolmogorov-Smirnov (KS), segundo Finkler et al. (2015), é um teste não paramétrico, cuja estatística tem como base a diferença máxima ($D_{\text{máx}}$) entre as funções de probabilidades acumuladas – empírica (F_n) e teórica (F) – de variáveis aleatórias contínuas.

Para o teste de KS foram calculadas as diferenças D^+ e D^- dadas por:

$$D^+ = \text{Max}|F_n(x) - F(x)| \quad (170)$$

$$D^- = \text{Max}|F(x) - F_n(x)| \quad (171)$$

A estatística do teste é dada pelo maior valor de D^+ e D^- , que foi comparado com o valor crítico ($D_{\text{crít}}$) ao nível de significância de 5%. Se o valor $D_{\text{máx}}$ for menor do que o valor $D_{\text{crít}}$ tabelado (Tabela 13), o teste KS aceitou a distribuição.

Tabela 13. Valores críticos do teste de aderência Kolmogorov-Smirnov para nível de significância $\alpha = 0,05$ para séries de dados de diferentes tamanhos (n)

n	5%	n	5%	n	5%	n	5%	n	5%	n	5%
20	0,2941	30	0,2417	40	0,2101	50	0,1884	60	0,1723	70	0,1597
21	0,2872	31	0,2379	41	0,2076	51	0,1866	61	0,1709	71	0,1586
22	0,2809	32	0,2342	42	0,2052	52	0,1848	62	0,1696	72	0,1576
23	0,2749	33	0,2308	43	0,2028	53	0,1831	63	0,1682	73	0,1565
24	0,2693	34	0,2274	44	0,2006	54	0,1814	64	0,1669	74	0,1554
25	0,2640	35	0,2242	45	0,1984	55	0,1798	65	0,1657	75	0,1544
26	0,2591	36	0,2212	46	0,1963	56	0,1782	66	0,1644	76	0,1534
27	0,2544	37	0,2183	47	0,1942	57	0,1767	67	0,1632	77	0,1524
28	0,2499	38	0,2154	48	0,1922	58	0,1752	68	0,1620	78	0,1515
29	0,2457	39	0,2127	49	0,1903	59	0,1737	69	0,1609	79	0,1505

4.5.2 Teste Anderson-Darling

O teste de Anderson-Darling consiste em verificar hipóteses de que uma dada amostra tenha sido retirada de uma certa população com função de distribuição acumulada contínua $F(x)$, isto é, seja x_1, x_2, \dots, x_n uma amostra aleatória e supondo que uma provável candidata para a Função Densidade acumulada dos dados seja $F(x)$, então o teste de hipóteses para verificar a adequabilidade da distribuição é:

H_0 : a amostra tem distribuição $F(x)$;
 H_1 : a amostra não tem distribuição $F(x)$.

O poder dos testes de aderência do Qui-Quadrado e de Kolmogorov-Smirnov de discriminar entre hipóteses falsas e verdadeiras, é bastante diminuído nas caudas inferior e superior, tanto em função do reduzido número de observações amostrais, quanto em decorrência dos maiores erros de estimação, nessas partições do espaço amostral. Alternativamente o teste de aderência de Anderson-Darling (AD) é um teste não paramétrico que procura ponderar mais fortemente as caudas das distribuições, nas quais as maiores (ou as menores) observações da amostra podem alterar sobremaneira a qualidade do ajuste. O teste de aderência de Anderson-Darling, tal como o de Kolmogorov-Smirnov, baseia-se na diferença entre as funções de probabilidades acumuladas, empírica, $F_N(x)$, e a teórica $F_X(x)$, da variável aleatória contínua. Entretanto, o teste de AD dá mais peso às caudas por meio da divisão das diferenças entre $F_N(x)$ e $F_X(x)$ por

$$\sqrt{F_X(x)[1 - F_X(x)]}$$

Desse modo, a estatística do teste de Anderson-Darling torna-se:

$$A^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{[F_N(x) - F_X(x)]^2}{F_X(x)[1 - F_X(x)]} f_X(x) dx \quad (172)$$

Onde $f_X(x)$ é a função densidade, segundo a hipótese nula. Anderson & Darling (1954) demonstraram que a equação anterior é equivalente a:

$$A^2 = -N - \sum_{i=1}^N \frac{(2i-1)\{\ln F_X(x_{(i)}) + \ln[1 - F_X(x_{(N-i+1)})]\}}{N} \quad (173)$$

Onde $x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)}$ representam as observações ordenadas em ordem crescente.

Se a estatística A^2 resulta ser um valor maior que o valor crítico, a distribuição empírica $F_N(x)$ e teórica $F_X(x)$ diferem muito entre si e, em consequência, a hipótese nula (de aderência dos dados à distribuição estudada) deve ser rejeitada.

A distribuição de probabilidades da estatística do teste AD depende da distribuição hipotética $F_X(x)$. Se a distribuição de probabilidades sob H_0 é a normal ou Log-Normal, os valores críticos de A^2 são apresentados na Tabela 14.

Finkler et al. (2015) afirmam que o teste de Anderson-Darling se apresenta como uma boa alternativa a estudos de vazões mínimas, pois busca atribuir maior significância aos extremos das distribuições, nos quais as maiores (ou menores) observações podem

alterar a qualidade do ajuste. O teste, tal como o de KS, baseia-se na diferença entre as funções de probabilidades acumuladas empírica e teórica. Sua estatística A^2 é descrita como:

$$A^2 = -N - \sum_{i=1}^N \frac{(2i-1) \{ \ln F_x(x_{(i)}) + \ln [1 - F_x(x_{(N-i+1)})] \}}{N} \quad (174)$$

Em que $\{x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(m)}, \dots, x_{(n)}\}$ representam as observações ordenadas em modo crescente, e $F_{N(x)}$ e $F_{x(x)}$, as distribuições empírica e teórica, respectivamente.

Para as distribuições de Gumbel e Weibull, com dois parâmetros e com três parâmetros, o A^2 é corrigido multiplicando pelo fator de correção dado pela equação:

$$ADc = 1 + \frac{0,2}{\sqrt{N}} \quad (175)$$

Para as distribuições Normal, Log-Normal com dois parâmetros e com três parâmetros, o A^2 é corrigido pelo fator de correção dado pela equação:

$$ADc = 1 + \frac{0,75}{N} + \frac{2,25}{N^2} \quad (176)$$

Assim como no KS, a estatística do teste (A^2) é comparada a um valor crítico ($A^{2\text{crít}}$) ao nível de significância de 5% ($\alpha = 0,05$) (Tabela 14), se A^2 for menor do que o valor $A^{2\text{crít}}$ tabelado, o teste AD aceita a hipótese de que os dados têm a frequência estimada pela distribuição testada.

Tabela 14. Valores críticos do teste de aderência de Anderson-Darling para nível de significância $\alpha = 0,05$ para cada distribuição de probabilidade

Distribuições	5%	Distribuições	5%
Gumbel		Log-Normal a dois parâmetros	
Weibull 2 parâmetros	0,757	Log-Normal a três parâmetros	0,752
Weibull 3 parâmetros		Pearson Tipo III	
		Log-Pearson Tipo III	

Fonte: Naghettini & Pinto (2007) adaptada de D'Agostino e Stephens (1986)

Uma restrição do teste de Anderson-Darling é quanto à estatística de valor crítico, a qual é conhecida apenas para algumas distribuições de probabilidade (NAGHETTINI & PINTO, 2007). Para as distribuições que não possuem valor crítico tabelado (Pearson Tipo III e Log-Pearson Tipo III), foi adotado o valor crítico estabelecido para a distribuição Log-Normal.

4.5.3 Teste de Filliben

O teste de aderência de Filliben foi introduzido por Filliben (1975) para verificação do ajuste de uma amostra à distribuição Normal, sendo posteriormente adaptado para outras distribuições de probabilidade (NAGHETTINI & PINTO, 2007). A estatística do teste baseia-se no coeficiente de correlação linear R_f , entre as observações ordenadas em modo crescente e os quantis teóricos, calculados pela equação:

$$R_f = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(w_i - \bar{w})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^N (w_i - \bar{w})^2}} \quad (177)$$

Onde:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_{(i)}}{N} \quad (178)$$

$$\bar{w} = \frac{\sum_{i=1}^N w_i}{N} \quad (179)$$

Sendo os quantis teóricos calculados por:

$$w_i = F_x^{-1}(1 - q_i) \quad (180)$$

Onde: q_i é a probabilidade empírica correspondente à ordem de classificação i , sendo:

$$q_i = \frac{i - a}{N + 1 - 2a} \quad (181)$$

Em que N é o tamanho da série e $a = 0,4$ conforme a fórmula de posição de plotagem sugerida por Cunnane (1978).

Para verificar se a distribuição foi aceita pelo teste de Filliben, o valor de R_f calculado é comparado com o valor crítico (R_{crit}) (NAGHETTINI & PINTO, 2007). Os R_{crit} para as distribuições Log-Normal de dois e três parâmetros, Gumbel, Log-Pearson Tipo III, Pearson Tipo III, Weibull de dois e três parâmetros foram obtidos por meio de interpolação dos valores propostos por Stedinger *et al.* (1993) com nível de significância de 5% (Tabela 15).

Tabela 15 - Valores críticos do teste de aderência de Filliben (R_{crit}) para distribuições de probabilidade Log-Normal 2 e 3 parâmetros com posição de plotagem determinada por Blom ($a = 0,375$) e Gumbel e Weibull 2 e 3 parâmetros com posição de plotagem determinada por Cunnane ($a = 0,44$)

Distribuições de probabilidade Log-Normal com $a = 0,375$		Distribuições de probabilidade Gumbel e Weibull com $a = 0,44$	
N	$\alpha = 0,05$	N	$\alpha = 0,05$
10	0,9180	10	0,9084
15	0,9383	20	0,9390
20	0,9503	30	0,9526
30	0,9639	40	0,9594
40	0,9715	50	0,9646
50	0,9764	60	0,9685
60	0,9799	70	0,9720
75	0,9835	80	0,9747
100	0,9870	100	0,9779

Fonte: Naghettini & Pinto (2007) adaptada de Stedinger *et al.* (1993)

Segundo Naghettini & Pinto (2007), a ideia essencial do teste de Filliben é que, se existe forte associação linear entre $x_{(i)}$ e w_i , as observações podem ser expressas por distribuição de probabilidade $F_x(x)$. O teste tem a vantagem de não apresentar limitações quanto ao número de pontos da amostra, sendo um teste adequado e confiável no caso de amostras pequenas (GAGG, 2008).

4.5.4 Teste de Kuiper

O Teste de Kuiper está relacionado com o teste Kolmogorov-Smirnov. Assim como o teste KS, as estatísticas de discrepância D^+ e D^- representam os tamanhos absolutos das diferenças mais positivas e negativas entre as duas funções de distribuição cumulativa que estão sendo comparadas. O truque com o teste de Kuiper é utilizar as quantidades D^+ e D^- como a estatística de teste.

As hipóteses do teste podem ser descritas como:

H_0 : A população tem uma distribuição de acordo com a função de distribuição de probabilidade acumulativa $F(x)$, baseado na distribuição empírica $F_n(x)$;

H_1 : A população tem uma distribuição diferente da distribuição teórica testada.

Dado uma amostra aleatória de tamanho n , e supondo que são r diferentes valores de x tal que $r \leq n$, e os dados em ordem crescente $x(1) < x(2) < \dots < x(r)$, todos observados com frequência de mínimo 1, Assim o cálculo de K_n é dado por:

$$K_n = \sqrt{n} \max\{F_n[x(i)] - F[x(i)]\} + \sqrt{n} \max\{F[x(i)] - F_n[x(i-1)]\} \quad (182)$$

Para todos $1 \leq i \leq r$, com $F_n[x(0)] = 0$.

Assim se o valor de K_n calculado é uma medida da concordância entre a distribuição de probabilidades e a verdadeira distribuição conforme refletida pelos dados da amostra, um valor grande de K_n tende a desacreditar a hipótese nula.

4.5.5 Teste de Cramer-von Mises

O teste de Cramer-von Mises é baseado na soma dos quadrados das diferenças entre a função de distribuição empírica e a função de distribuição teórica a ser testada; A estatística é definida por:

$$CVM = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n \left(u_i - \frac{2i-1}{2n} \right)^2 \quad (183)$$

Onde n = tamanho da amostra;

$U_i = F(X(i))$ = função de distribuição acumulada de interesse;

i = e o rank de todos X_i na amostra ordenada;

e $X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq \dots \leq X_{(n)}$ são todas as observações em ordem.

O teste CVM, assim como o teste KS é função da distância vertical entre a distribuição teórica e a empírica. No entanto, difere pelo fato de que o teste CVM considera todos os valores das diferenças entre as duas distribuições. Na Tabela 16 constam os valores críticos do teste de CVM.

Tabela 16. Valores críticos para o teste de Cramer von Mises

N -Tamanho da série	α - Nível de significância				
	0,20	0,15	0,10	0,05	0,01
2	0,138	0,149	0,162	0,175	0,186
3	0,121	0,135	0,154	0,184	0,23
4	0,121	0,134	0,155	0,191	0,28
5	0,121	0,137	0,160	0,199	0,30
6	0,123	0,139	0,162	0,204	0,31
7	0,124	0,140	0,165	0,208	0,32
8	0,124	0,141	0,165	0,210	0,32
9	0,125	0,142	0,167	0,212	0,32
10	0,125	0,142	0,167	0,212	0,32

Continua...

...continuação

N - Tamanho da série	α - Nível de significância				
	0,20	0,15	0,10	0,05	0,01
11	0,126	0,143	0,169	0,214	0,32
12	0,126	0,144	0,169	0,214	0,33
13	0,126	0,144	0,169	0,214	0,33
14	0,126	0,144	0,169	0,214	0,33
15	0,126	0,144	0,169	0,216	0,33
16	0,127	0,145	0,171	0,216	0,33
17	0,127	0,145	0,171	0,217	0,33
18	0,127	0,146	0,171	0,217	0,33
19	0,127	0,146	0,171	0,217	0,33
20	0,128	0,146	0,172	0,217	0,33
30	0,128	0,146	0,172	0,218	0,33
60	0,128	0,147	0,173	0,222	0,33
100	0,129	0,147	0,173	0,22	0,34

4.5.6 Exemplo de aplicação

Com os dados da série de vazões médias do Rio Capivari (Tabela 17) foram calculados os testes de aderência a distribuição Normal (Figura 7).

Tabela 17. Exemplo de cálculo do teste de Kolmogorov-Smirnov

i	Ano	Q média	Qord	Fobs	Fes	D+	D-
1	1982	16,1	9,66	0,0186	0,0670	0,0484	0,0670
2	1983	34,6	11,2	0,0497	0,1084	0,0587	0,1084
3	1984	21,5	11,3	0,0807	0,1116	0,0309	0,1116
4	1986	11,6	11,6	0,1118	0,1216	0,0098	0,1216
5	1987	21,4	12,3	0,1429	0,1475	0,0047	0,1475
6	1988	11,3	12,7	0,1739	0,1638	0,0101	0,1638
7	1989	14	13,1	0,2050	0,1813	0,0237	0,1813
8	1990	17,4	13,7	0,2360	0,2096	0,0264	0,2096

Continua...

...continuação

i	Ano	Q média	Qord	Fobs	Fes	D+	D-
9	1991	13,7	14,0	0,2671	0,2246	0,0424	0,2246
10	1992	16,7	14,1	0,2981	0,2298	0,0683	0,2298
11	1993	18,1	14,4	0,3292	0,2456	0,0835	0,2456
12	1994	20,2	14,6	0,3602	0,2565	0,1037	0,2565
13	1995	20,6	16,1	0,3913	0,3454	0,0459	0,3454
14	1996	24,1	16,7	0,4224	0,3839	0,0384	0,3839
15	1997	26,1	17,4	0,4534	0,4303	0,0231	0,4303
16	1998	23,2	17,7	0,4845	0,4506	0,0339	0,4506
17	1999	14,4	18,1	0,5155	0,4777	0,0378	0,4777
18	2000	17,7	18,1	0,5466	0,4777	0,0689	0,4777
19	2001	22,0	19,0	0,5776	0,5390	0,0386	0,5390
20	2002	14,1	20,2	0,6087	0,6191	0,0104	0,6191
21	2003	9,66	20,6	0,6398	0,6448	0,0051	0,6448
22	2004	12,7	21,0	0,6708	0,6700	0,0009	0,6700
23	2005	18,1	21,4	0,7019	0,6943	0,0075	0,6943
24	2006	13,1	21,5	0,7329	0,7003	0,0326	0,7003
25	2007	11,2	22,0	0,7640	0,7293	0,0347	0,7293
26	2008	21,0	22,8	0,7950	0,7726	0,0224	0,7726
27	2009	22,8	23,2	0,8261	0,7927	0,0334	0,7927
28	2010	27,0	24,1	0,8571	0,8339	0,0233	0,8339
29	2011	29,4	26,1	0,8882	0,9051	0,0169	0,9051
30	2012	12,3	27,0	0,9193	0,9286	0,0093	0,9286
31	2013	14,6	29,4	0,9503	0,9696	0,0193	0,9696
32	2014	19,0	34,6	0,9814	0,9971	0,0158	0,9971

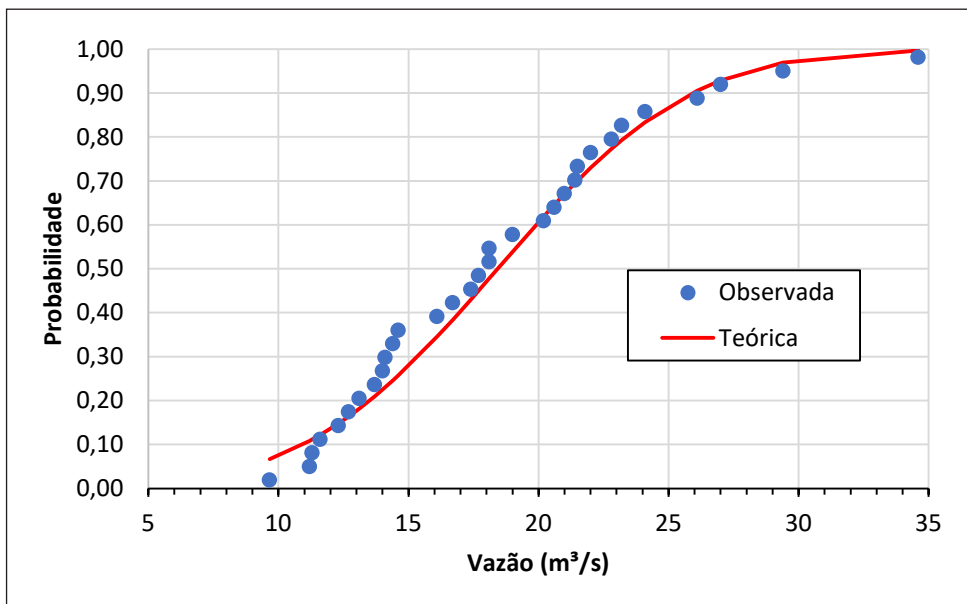


Figura 7. Aderência da série de vazões média mensais de São Martinho à distribuição Normal

Testes de Aderência

- $KS = 0,1037$
- $KS \text{ crítico } (\alpha = 5\%) = 0,2340$
- $AD = 0,4107$
- $AD \text{ crítico } (\alpha = 5\%) = 0,752$ (considerado igual a Log-Normal)
- $CVMS = 0,0538$
- $CVMS \text{ crítico } (\alpha = 5\%) = 0,33$

Conclusão: Pode-se concluir que a hipótese da distribuição Normal se ajustar aos dados de vazão média não foi rejeitada pelos testes de KS, AD e CVM.

4.6 Critérios de avaliação do desempenho das distribuições

Para avaliação do desempenho das distribuições de probabilidade, podem-se adotar diferentes medidas. A seguir são apresentados alguns índices usados na avaliação do desempenho das distribuições de probabilidade.

4.6.1 Raiz do Erro Quadrático Médio - RMSE

A raiz do erro quadrático médio – RMSE (*Root Mean Square Error*), também conhecida como erro padrão de estimativa, foi utilizada para avaliar o desempenho das distribuições. O RMSE mede a magnitude média dos erros estimados, resultando em valores sempre positivos (AGUIAR, 2020). Quanto mais próximo de zero, maior a qualidade dos valores medidos ou estimados. A equação do RMSE é descrita por Aiyelokun et al. (2017) como:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - X_{ei})^2}{n}} \quad (184)$$

Em que:

$RMSE$ é a raiz do erro quadrático médio para uma dada distribuição de probabilidade;

X_i = a vazão observada de ordem i ;

X_{ei} = a vazão estimada pela distribuição teórica de probabilidade;

n = o número de elementos na série de mínimas anuais.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{x}_i - x_i)^2}{n}} \quad (185)$$

4.6.2 Desvios quadrados médios padronizados (SRMSD)

$$SRMSD = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{\hat{x}_i - x_i}{\bar{x}} \right)^2} \quad (186)$$

4.6.3 Raiz quadrada média do erro relativo (RRMSE) ou Raiz do erro quadrático médio relativo da raiz (RRASE)

$$RRMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\hat{x}_i - x_i}{x_i} \right)^2} \quad (187)$$

4.6.4 Raiz do erro quadrático médio percentual (RMSPE)

$$RMSPE = \sqrt{\frac{100}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\hat{x}_i - x_i}{x_i} \right)^2} \quad (188)$$

4.6.5 Erro médio relativo (RAB)

O erro médio relativo (RAB), de acordo com Bobee & Robitaille, (1977) também denominado de Erro relativo (RBIAS) (ARORA & SINGH, 1989) ou desvio absoluto médio padronizado (SMAD), é obtido por:

$$SMAD = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{\hat{x}_i - x_i}{\bar{x}} \right| \quad (189)$$

4.6.6 Erro percentual absoluto médio (MAPE)

O erro percentual absoluto médio é calculado por:

$$MAPE = \frac{100}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{\hat{x}_i - x_i}{x_i} \right| \quad (190)$$

4.6.7 Erro absoluto médio (MAE)

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\hat{x}_i - x_i| \quad (191)$$

4.6.8 Coeficiente de determinação (R²)

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{x}_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n (\hat{x}_i - \bar{x})^2 + \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i)^2} \quad (192)$$

Em que n representa o tamanho da série de dados.

Em todas as medidas de precisão acima, F(y_i) é a função de distribuição cumulativa empírica (CDF) dos dados (valores ordenados observados) e F̄(y_i) indica o CDF teórico da distribuição (valores estimados ordenados de distribuição).

4.6.9 D-index

O D-index é um critério que avalia a diferença entre as vazões observada e estimada pela distribuição de probabilidade. Para vazões máximas se utilizam os 6 maiores valores de vazão; e para vazões mínimas os 6 menores valores de vazões.

Para selecionar a distribuição adequada foi usado o D-index definido por

$$D_{index} = \frac{1}{\bar{R}} \sum_{i=1}^6 |R_i - R_i^*| \quad (193)$$

Aqui R é o valor médio da série da precipitação registrada, R_i (i = 1 a 6) são os seis primeiros valores mais altos na série de precipitação registrada e R_i^{*} é a precipitação estimada por distribuição de probabilidade. A distribuição com menor D-index é considerada a distribuição mais adequada para a estimativa da precipitação (USWRC, 1981).

4.6.10 Exemplo de cálculo dos índices de desempenho

Para exemplificar o cálculo dos índices de desempenho foi considerado um exemplo mais simples, com a distribuição normal para a série de dados de vazões médias. A frequência empírica foi calculada considerando a fórmula de Cunnane (1978).

Tabela 18. Cálculo dos índices de desempenho das distribuições de probabilidade

i	x_i	\hat{x}_i	$d_i = x_i - \hat{x}_i$	d_i^2	$\frac{d_i}{\bar{x}}$	$\frac{d_i}{x_i}$	$\left \frac{d_i}{\bar{x}} \right $	$\left \frac{d_i}{x_i} \right $	$ d_i $
1	9,7	6,24	-3,4195	11,6932	-0,1856	-0,3540	0,1856	0,3540	3,4195
2	11,2	8,79	-2,4147	5,8306	-0,1310	-0,2156	0,1310	0,2156	2,4147
3	11,3	10,24	-1,0648	1,1339	-0,0578	-0,0942	0,0578	0,0942	1,0648
4	11,6	11,31	-0,2937	0,0863	-0,0159	-0,0253	0,0159	0,0253	0,2937
5	12,3	12,18	-0,1194	0,0143	-0,0065	-0,0097	0,0065	0,0097	0,1194
6	12,7	12,93	0,2340	0,0547	0,0127	0,0184	0,0127	0,0184	0,2340
7	13,1	13,61	0,5057	0,2557	0,0274	0,0386	0,0274	0,0386	0,5057
8	13,7	14,22	0,5192	0,2696	0,0282	0,0379	0,0282	0,0379	0,5192
9	14,0	14,79	0,7896	0,6234	0,0428	0,0564	0,0428	0,0564	0,7896
10	14,1	15,33	1,2273	1,5062	0,0666	0,0870	0,0666	0,0870	1,2273
11	14,4	15,84	1,4399	2,0734	0,0781	0,1000	0,0781	0,1000	1,4399
12	14,6	16,33	1,7335	3,0049	0,0941	0,1187	0,0941	0,1187	1,7335
13	16,1	16,81	0,7125	0,5076	0,0387	0,0443	0,0387	0,0443	0,7125
14	16,7	17,28	0,5809	0,3375	0,0315	0,0348	0,0315	0,0348	0,5809
15	17,4	17,74	0,3421	0,1170	0,0186	0,0197	0,0186	0,0197	0,3421
16	17,7	18,20	0,4991	0,2491	0,0271	0,0282	0,0271	0,0282	0,4991
17	18,1	18,65	0,5547	0,3077	0,0301	0,0306	0,0301	0,0306	0,5547
18	18,1	19,11	1,0116	1,0234	0,0549	0,0559	0,0549	0,0559	1,0116
19	19,0	19,57	0,5728	0,3281	0,0311	0,0301	0,0311	0,0301	0,5728
20	20,2	20,04	-0,1587	0,0252	-0,0086	-0,0079	0,0086	0,0079	0,1587
21	20,6	20,52	-0,0797	0,0064	-0,0043	-0,0039	0,0043	0,0039	0,0797
22	21,0	21,01	0,0138	0,0002	0,0007	0,0007	0,0007	0,0007	0,0138
23	21,4	21,53	0,1265	0,0160	0,0069	0,0059	0,0069	0,0059	0,1265
24	21,5	22,06	0,5642	0,3183	0,0306	0,0262	0,0306	0,0262	0,5642
25	22,0	22,63	0,6345	0,4026	0,0344	0,0288	0,0344	0,0288	0,6345
26	22,8	23,25	0,4480	0,2007	0,0243	0,0197	0,0243	0,0197	0,4480
27	23,2	23,92	0,7198	0,5181	0,0391	0,0310	0,0391	0,0310	0,7198
28	24,1	24,67	0,5731	0,3285	0,0311	0,0238	0,0311	0,0238	0,5731
29	26,1	25,55	-0,5526	0,3053	-0,0300	-0,0212	0,0300	0,0212	0,5526
30	27,0	26,62	-0,3814	0,1455	-0,0207	-0,0141	0,0207	0,0141	0,3814
31	29,4	28,07	-1,3316	1,7731	-0,0723	-0,0453	0,0723	0,0453	1,3316
32	34,6	30,61	-3,9867	15,8939	-0,2164	-0,1152	0,2164	0,1152	3,9867
Soma			0,0	49,3503	1,4981	0,6195	1,1078	1,7432	20,4129

- $RMSE = \sqrt{\frac{49,3503}{32}} = 1,2418$

- $SRMSD = \sqrt{\frac{1}{32} [(-0,1856^2) + (-0,1310^2) + \dots + (-0,2161)^2]} = 0,0674$

- $RRMSE = \sqrt{\frac{1}{32} [(-0,2540^2) + (-0,2156^2) + \dots + (-0,1152)^2]} = 0,0881$

- $RRMSE = \sqrt{\frac{100}{32} [(-0,2540^2) + (-0,2156^2) + \dots + (-0,1152)^2]} = 0,8810$

- $SMAD = \frac{1}{32} 1,4981 = 0,0468$

- $MAPE = 100 \frac{1,7432}{32} = 5,4475$

- $MAE = \frac{1}{32} 27,6056 = 0,8627$

- $R^2 = 0,9535$

- $Dindex = \frac{1}{18,43} (0,7198 + 0,5731 + 0,5526 + 0,3814 + 1,3316 + 3,9867)$
 $= 0,4095$

- $Dindex * = \frac{1}{18,43} (3,4195 + 2,4147 + 1,0648 + 0,2937 + 0,1194 + 0,2340)$
 $= 0,4095$

Observação: D-index* foi aplicado aos menores valores.

5 Curva de permanência

A curva de permanência é uma função hidrológica que expressa a frequência das vazões ou dos níveis de um rio acima de determinado valor. A curva de permanência é utilizada em estudos hidrelétricos para navegação, qualidade de água, entre outros, e pode ser estabelecida com base nos valores de vazões diários, semanais ou mensais.

A metodologia empírica de determinação da curva de permanência consiste em estabelecer uma tabela de frequências acumuladas de vazões acima de um determinado valor (TUCCI, 2015). O número de classes (K) deve ser estabelecido, procurando ter uma quantidade razoável de valores em cada intervalo, e depende do número de dados a serem classificados e da amplitude dos valores. Tucci (2015) recomenda 50 intervalos de classe. Como os dados de vazão apresentam grande amplitude e, devido à assimetria da distribuição, o intervalo de classe pode ser baseado na escala logarítmica. Para a construção da curva de permanência pode-se seguir os seguintes passos:

- 1) Estabelecer o número de classes K (entre 30 e 50);
- 2) Determinar o maior valor (Q_{max}) e menor valor (Q_{min}) da série de dados;
- 3) Determinar a amplitude de cada intervalo (h), calculada como:

$$4) h = \frac{\ln(Q_{\max}) - \ln(Q_{\min})}{K} \quad (194)$$

- 5) Determinar o limite inferior de cada classe (Q_j), calculada como:

$$6) Q_j = \exp\{\ln(Q_{\min}) + (j - 1)h\} \quad (195)$$

7) Estabelecer as classes em ordem decrescente (J variando de K até 1) de vazão, com o limite inferior Q_j e o limite superior dado pelo limite inferior da classe por Q_{j+1};

- 8) Estabelecer a frequência (F_i) de valores de vazão dentro de cada classe;
- 9) Estabelecer a frequência acumulada (F_{acj}) de valores maiores que o limite inferior (Q_j);
- 10) Calcular a probabilidade (P_i) de valores de vazão maior ou igual a Q_j, como:

$$P_j = \frac{F_{acj}}{N} 100 \quad (196)$$

Representar por meio de um gráfico os valores de P_j na abcissa e Q_j na ordenada (Figura 8A). Em alguns casos é aconselhável apresentar a curva de permanência com eixo vertical logarítmico para destacar a faixa de vazões mais baixas (Figura 8B).

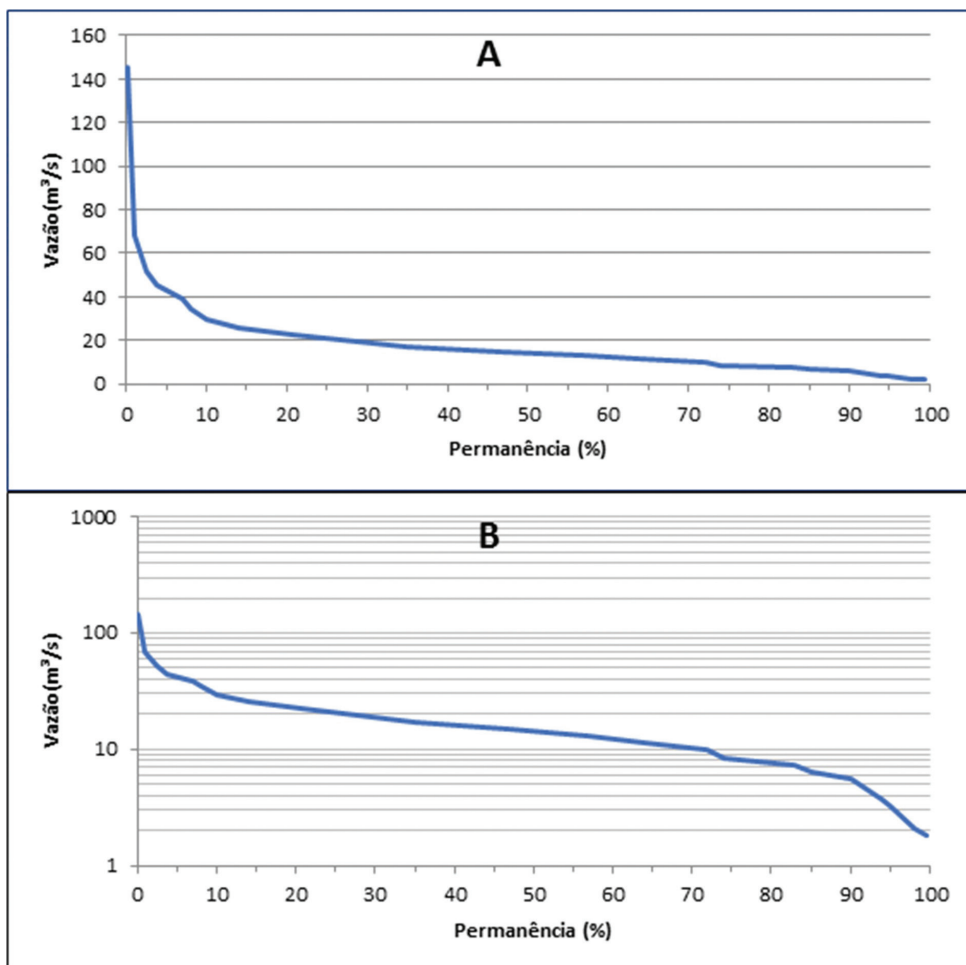


Figura 8. Representação da curva de permanência com eixo vertical em escala decimal (A) e logarítmica (B)

A vazão que é superada em 50% do tempo (mediana das vazões) é chamada de Q_{50} . As vazões Q_{90} e Q_{10} são geralmente utilizadas como referência para legislação na área de meio ambiente e de recursos hídricos. A vazão que é superada em 95% do tempo é chamada de Q_{95} e é utilizada para definir a energia assegurada de uma usina hidrelétrica. A curva de permanência também é útil para diferenciar o comportamento de rios e para avaliar o efeito da modificação, como desmatamento, reflorestamento, construção de reservatórios (COLLISCHONN & DORNELLES, 2013).

Usualmente, a curva de permanência tem sido estimada considerando na sua determinação todo o período de dados da série histórica. Esse tipo de curva não contempla os efeitos da sazonalidade ao longo de cada ano e nem da variação interanual.

Com a curva de permanência pode-se avaliar o comportamento hidrológico de uma bacia, quanto à variabilidade das vazões ao longo do tempo, embora tenha como limitação a falta de representatividade da sequência temporal.

Para Cruz & Tucci (2008), a curva de permanência não se refere à probabilidade das vazões em qualquer ano, mas dá uma garantia de ocorrência das vazões num horizonte de planejamento.

Von Sperling (2007) destaca que as vazões de permanência são utilizadas para o planejamento dos recursos hídricos da bacia hidrográfica, a avaliação do atendimento aos padrões ambientais do corpo receptor, a alocação de cargas poluidoras e a concessão de outorgas de captação e de lançamento. Os órgãos de gestão de recursos hídricos de alguns estados brasileiros utilizam índices de vazões mínimas extraídas de curvas de permanência como critério de outorga de uso de recursos hídricos, sendo normalmente adotadas vazões mínimas associadas às permanências de 95% (Q_{95}) e 90% (Q_{90}), atribuindo-se valores percentuais a elas, ou seja, outorgando-se apenas parte desses valores de vazões mínimas de referência (SILVA & RAMOS, 2001).

Estudos de frequência de vazões e a elaboração de curvas de permanência são muito afetados pela ausência de uma rede hidrométrica que se estenda por todos os locais de interesse. Para a estimativa das vazões é necessário o conhecimento dos registros históricos; no entanto, muitas vezes, essas informações não estão disponíveis no local de interesse ou não representam corretamente as condições da bacia hidrográfica (PANDEY & NGUYEN, 1999). Nessas situações é necessário o uso de ferramentas que auxiliem na obtenção de informações acerca do comportamento hidrológico da bacia. Tucci (2002) afirma que a regionalização tem sido utilizada para a transferência de informações de um local para o outro dentro de uma área com comportamento hidrológico semelhante. Amorim et al. (2005) destacam a importância da regionalização hidrológica para o gerenciamento dos recursos hídricos, sendo uma forma de suplementar a defasagem de informações hidrológicas em locais com pequena disponibilidade de dados.

Para Eslamian & Biabanak (2008), a regionalização hidrológica é uma técnica utilizada para suprir a carência de informações hidrológicas em locais com pouca ou nenhuma disponibilidade de dados. Segundo Fill (1987), a regionalização hidrológica constitui, essencialmente, um processo de transferência de informações de um local para outro. Silva Júnior et al. (2003) ressaltam que a regionalização não substitui informações, apenas é utilizada para encontrar uma melhor estimativa levando em consideração as incertezas existentes. Dessa forma, a regionalização é indicada para locais com ausência de informações. Uma vez que existam séries representativas obtidas pelo monitoramento na bacia, estas devem ser utilizadas. A regionalização hidrológica, embora seja uma técnica bastante usada, nem sempre leva a resultados satisfatórios. Sugai et al. (1998) observaram diferenças de até 100% entre os valores de vazão com 95% de permanência medidos em estações fluviométricas localizadas ao longo dos rios Ivaí e Piquiri e os respectivos valores regionalizados.

Na regionalização da curva de permanência é comum empregar a técnica de adimensionalização, dividindo-se os valores da vazão por uma variável de adimensionalização, como a vazão média ou vazão com 50% de permanência. Usualmente, a curva de permanência tem sido estimada considerando na sua determinação todo o

período de dados da série histórica. Cruz & Tucci (2008) destacam que esse tipo de curva não contempla os efeitos da sazonalidade ao longo de cada ano e da variação interanual. Para considerar a sazonalidade pode-se determinar a curva para cada mês do ano com todos os anos da série.

Back et al (2019) determinaram a curva de permanência das vazões mensais e vazões diárias do rio Timbó, localizado no Planalto Norte de Santa Catarina. Os valores de vazão da curva de permanência mensal foram adimensionalizados pela vazão média de longo termo (Q_{MLT}). Com os valores adimensionalizados foi ajustado o modelo racional, conforme a seguinte expressão:

$$\frac{Q_p}{Q_{MLT}} = \frac{a + bP}{1 + c + dP^2} \quad (197)$$

Em que:

Q_p é a vazão mensal com permanência P (m³/s);

Q_{MLT} é vazão média de longo termo (m³/s);

P é o percentual de permanência (%);

a, b, c, d coeficientes a serem ajustados.

Também foram determinadas as curvas de permanência de vazões diárias considerando somente os dados de cada mês. Esses dados foram adimensionalizados pela vazão média mensal e, posteriormente, foi ajustado o modelo racional conforme:

$$\frac{Q_p}{Q_{Mm}} = \frac{a + bP}{1 + c + dP^2} \quad (198)$$

Em que:

Q_p é a vazão mensal com permanência P (m³/s);

Q_{Mm} é vazão média mensal (m³/s);

P é o percentual de permanência (%);

a, b, c, d coeficientes a serem ajustados.

Na Figura 9 constam as curvas de permanência de vazões mensais e também as vazões diárias. Verifica-se que para permanência acima de 20% as vazões diárias são inferiores as vazões mensais. Para permanência acima de 50% essa diferença é superior a 20%. Esta constatação é importante para projetos de aproveitamento hidrelétrico que operam a fio d'água ou com reservatórios de pequeno volume. Nestes casos, se o dimensionamento do projeto ou o estudo de viabilidade for realizado com base na curva de permanência de vazões mensais, pode-se superestimar a capacidade do empreendimento. Para bacias de menor área de captação é razoável supor que essas diferenças sejam ainda maiores.

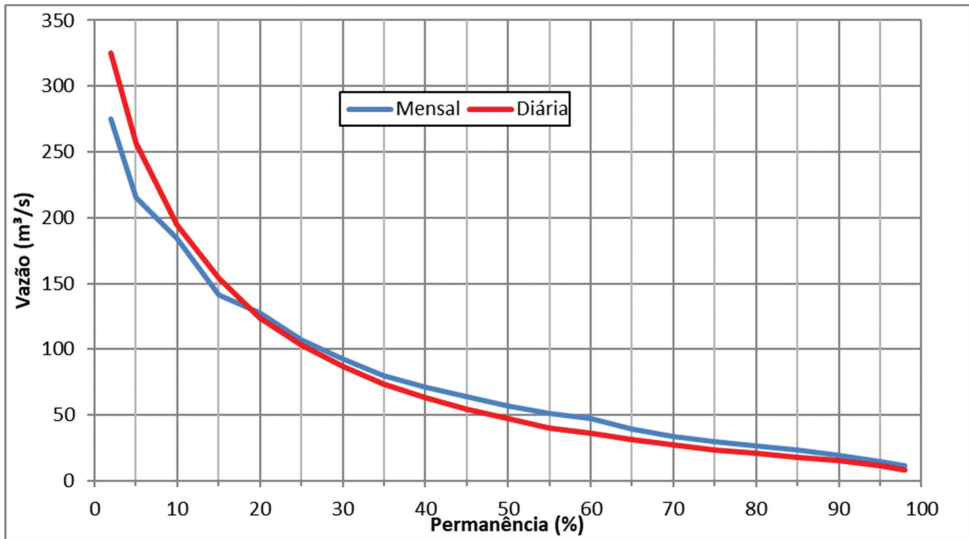


Figura 9: Curva de permanência de vazões mensais e vazões diárias do rio Timbó, Canoinhas, SC
 Fonte: Back et al. (2019)

Para as vazões diárias o modelo ajustado apresentou erro padrão de estimativa de 0,0163 e R^2 de 0,9990, é dado por:

$$\frac{QP}{QMLT} = \frac{4,8329 - 0,03950bP}{1 + 0,08272P - 0,00016P^2} \quad (199)$$

Na Figura 10 pode-se observar que os modelos se ajustam muito bem e podem ser usados na estimativa das vazões com determinada permanência. Esses modelos podem ser úteis na regionalização hidrológica de vazões, uma vez que a vazão média de longo termo é uma variável que pode ser regionalizada facilmente e, portanto, com a aplicação dos modelos, pode-se obter a curva de permanência para diferentes pontos da bacia.

Para as vazões médias mensais o modelo ajustado apresentou erro padrão de estimativa de 0,0491 e R^2 de 0,9987, que é dado por:

$$\frac{QP}{QMLT} = \frac{3,88556 + 0,03574bP}{1 + 0,06126P - 0,00045P^2} \quad (200)$$

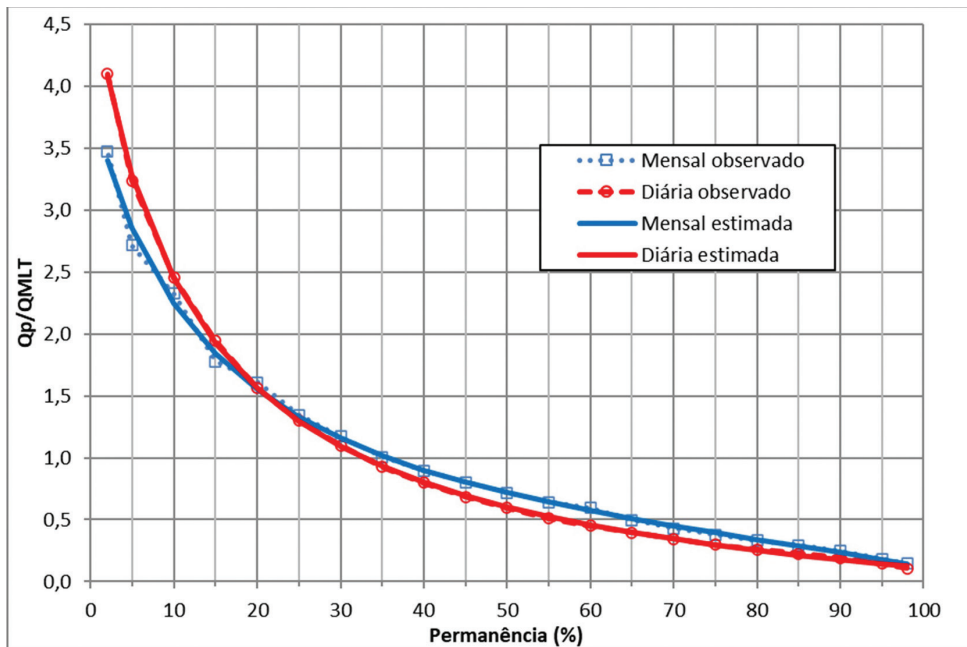


Figura 10. Curva de permanência de vazões mensais e vazões diárias adimensionalizadas pela vazão média de longo termo

Fonte: Back et al., 2019

6 Análise de vazões

Na caracterização hidrológica podem-se caracterizar as vazões em termos médios, máximos, mínimos ou com determinada frequência.

6.1 Vazões mínimas

As vazões mínimas representam os menores valores dentro de uma série histórica de vazões. O termo “vazão mínima” foi definido pela Organização Meteorológica Mundial (OMM, 1974) como “a vazão que escoar em uma determinada seção de um rio durante um período prolongado de seca”.

As vazões mínimas são utilizadas para avaliação dos riscos de estiagem, de geração de energia elétrica e de outorga do uso d’água para diferentes atividades, como irrigação e abastecimento urbano. Também para fins de caracterização da qualidade da água e vazão necessária para manter a vida aquática usa-se a vazão mínima.

Tucci (2002) e Gasques et al. (2018) comentam que a vazão mínima diária é pouco útil, por não ser representativa do período de estiagem. Assim, usualmente se utilizam vazões mínimas com durações médias entre sete e 30 dias, associadas a um determinado período de retorno. Um dos critérios mais usados é a vazão média mínima de sete dias consecutivos e o período de retorno de dez anos ($Q_{7,10}$). A duração de sete dias é tradicionalmente usada em dimensionamento de projetos, porque assim se tem intervalo de tempo que abrange as variações de consumo de dias úteis e finais de semana, possibilitando que os reservatórios absorvam os impactos das variações ocorridas durante a semana (MENDES, 2007). O tempo de retorno de 10 anos representa probabilidade de 10% de que a vazão fique abaixo do valor mínimo. Dessa forma, a determinação da $Q_{7,10}$ é um importante parâmetro hidrológico com aplicação em estudos de planejamento e gestão do uso dos recursos hídricos (SILVEIRA et al., 2006). As vazões mínimas com duração de sete dias ou 30 dias representam maior interesse ao usuário, já que a sequência de vazões baixas é a condição mais crítica para a utilização da água e para as condições de conservação ambiental (TUCCI, 2002).

Outra forma de estabelecer a vazão mínima é em função da curva de permanência. No Brasil, os estudos de vazões mínimas normalmente se concentram nas vazões de permanência no tempo (como a vazão de permanência em 90%, 95% e 98% do tempo, respectivamente, Q_{90} , Q_{95} ou Q_{98}).

Oliveira e Fioreze (2011) destacam que a vazão mínima de referência para o processo de outorga é o valor de vazão que representa o limite superior de utilização da água em um curso de água, que normalmente é baseado em vazões de estiagem ou em vazões com alta probabilidade de superação. Parte do percentual dessas vazões deve ser utilizada, sendo o restante considerado como vazão necessária para a manutenção do meio.

6.2 Vazões médias

A vazão média mensal é formada pela média das vazões diárias dentro do mês. A vazão média anual é dada pela vazão média dentro do ano. A **vazão média de longo período** ou **longo termo** (QMLT) é definida como a **média** das **vazões médias** anuais para toda a série de dados.

De acordo com Tucci (2002), a vazão média é definida como a média das vazões da série disponível num local. A vazão média também pode ser expressa em vazão por unidade de área, ou seja, **vazão média específica**. Usualmente os dados são apresentados na forma de valores médios mensais, anuais e de longo período. Quando se têm dados registrados, a previsão da vazão média pode ser realizada pela média simples dos valores, ou ponderada, dependendo do horário da medição. Na realização destes cálculos, deve-se atentar aos períodos de cheias. Frente a situações desfavoráveis, pode existir um erro grande da estimativa (Tucci, 2002). Segundo Tucci (2002), a vazão média não é representativa das vazões num período devido a sua variabilidade. A variabilidade é de grande importância para o uso e a conservação dos recursos hídricos, além de ser indicadora da disponibilidade hídrica e de enchentes de uma bacia. A principal estatística utilizada para representar essa variabilidade é o desvio-padrão, que tem função de representar características temporais nos períodos chuvosos e secos da série histórica. Garcez & Alvarez (1988) ressaltam que o estudo das vazões médias é de grande importância, pois vem sendo útil para cálculos prévios de potência e energia de centrais hidrelétricas. A representação gráfica dos fluviogramas (Figura 11) com as vazões extremas, médias e médias de longo termo possibilita a identificação dos períodos críticos e do regime hidrológico da bacia.

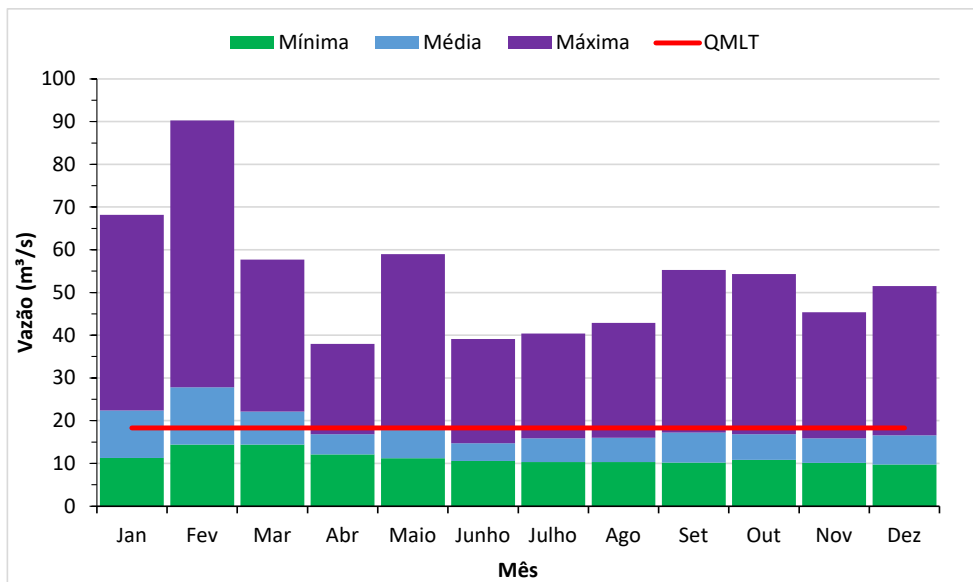


Figura 11. Fluviograma médio do rio Capivari, São Martinho, SC

6.3 Vazões máximas

A vazão máxima anual é a máxima vazão diária registrada dentro do ano hidrológico. A vazão máxima é entendida como a maior vazão que ocorre numa seção de um rio num período definido (TUCCI, 2002).

Normalmente a vazão diária é obtida pela média das vazões às 7h00 e 17h00. Nos projetos, normalmente se deseja conhecer a vazão máxima instantânea, que é o maior valor ocorrido no período da cheia. Com base em duas observações diárias, a tendência é de subestimar a vazão máxima instantânea em bacias pequenas, uma vez que estas possuem um tempo de concentração reduzido. À medida que a bacia aumenta, a diferença entre a vazão máxima instantânea e a vazão máxima diária diminui. Desta forma, a determinação da vazão máxima instantânea de projeto para locais que não possuem medições contínuas de descarga se faz por metodologias que se baseiam nas informações disponíveis. Quando se dispõe de valores de vazões diárias, faz-se a utilização de coeficientes que procuram relacionar a razão entre a vazão máxima instantânea e a máxima diária em função das características físicas da bacia. Caso contrário, adotam-se metodologias de transposição ou regionalização de dados obtidos em outros locais.

6.4 Vazões máximas instantâneas

A vazão máxima instantânea pode ser estimada pela vazão máxima diária multiplicada por um coeficiente CM. No entanto, existem poucos estudos para relacionar o coeficiente CM com as características físicas e hidrológicas da bacia. Destaca-se o estudo de Fuller (1914), que através da coleta de uma série de dados de vazão média diária de 24 rios localizados na região leste dos Estados Unidos, com áreas de drenagem entre 300 e 151.000 km², obteve o CM dado por:

$$CM = 1 + 2,66A^{-0,3} \quad (201)$$

Em que:

CM = é a relação entre a vazão máxima instantânea e a vazão máxima diária;

A = área de drenagem (km²).

Na Tabela 19, constam as expressões obtidas por outros estudos.

Tabela 19. Equações para relação entre vazão máxima instantânea e a vazão máxima diária

Região	Autor	Equação	Amostra
Montanhas Rochosas	Gray (1973)	$Cm = 3,9A^{*-0,223}$	60 – 300mi ²
Cypress Hills	Gray (1973)	$Cm = 10A^{*-0,46}$	50 – 200mi ²
Central Plains	Gray (1973)	$Cm = 11A^{*-0,36}$	45 – 255mi ²
Manitoba Encarpment	Gray (1973)	$Cm = 3,7A^{*-0,38}$	15 – 50m ²
Portugal	Correia (1983)	$Cm = 1 + 1,2A^{-0,036}$	4 – 3.640km ²
Itália	Tonini (1939)*	$Cm = 1 + 68A^{-0,50}$	-
Itália	Cottechi (1965)*	$Cm = 32A^{-0,313}$	A < 120km ²
Itália	Cottechi (1965)	$Cm = 16A^{-0,190}$	A > 120km ²
Itália	Tonini (1969)	$Cm = 2,39A^{-0,112}$	-
Brasil	Tucci et al. (1991)	$Cm = 1 + 15,03A^{-0,59}$	-

*Citados por Fill & Steiner (2003)

DNIT (2005) recomenda o uso do método de Fuller para bacia com área superior a 400km². Para bacias de área menor recomenda estudo baseados em linígrafos de “rios semelhantes”.

6.5 Transposição de dados

Quando no local de interesse não existem dados de vazão, podem-se adotar dados do mesmo curso d'água e de bacias hidrologicamente semelhantes, calculando-se a vazão por proporção de áreas.

Segundo Eletrobrás (2000), deverá ser estabelecida para o local do aproveitamento uma série de vazões médias mensais derivadas de uma série histórica de um posto localizado no mesmo curso d'água ou na mesma bacia, por correlação direta entre áreas de drenagem, limitada à diferença entre áreas de 3 a 4 vezes. A equação de correlação é definida por:

$$Q_1 = \frac{A_1}{A_2} Q_2 \quad (202)$$

Em que:

A_1 = área de drenagem do local do aproveitamento, em km^2 ;

A_2 = área de drenagem do posto existente, em km^2 ;

Q_1 = vazão do local do aproveitamento, em m^3/s ;

Q_2 = vazão do posto existente, em m^3/s .

Caso a diferença entre áreas seja superior a quatro vezes, recomenda-se a elaboração de um estudo de regionalização.

7 O programa HidroVazão

O programa HidroVazão foi desenvolvido em linguagem Delphi 10.3, para ser usado em plataforma “for Windows” e está disponível para *download* em <https://docweb.epagri.sc.gov.br/pub/ProgramaDadosVazao.zip> e sua atualização HidroVazão 2.0 em <https://docweb.epagri.sc.gov.br/pub/ProgramaHidroVazao2.0.zip>. O programa não requer instalação e para utilizá-lo basta clicar no arquivo executável “HidroVazao.exe”.

Na tela do programa principal constam doze abas, sendo a primeira denominada **Entrada de dados** (Figura 12). As principais funcionalidades desta tela são:

(1) Botão para fazer a leitura de dados dos arquivos em formato Excel (*.xls ou *.xlsx) disponibilizados pelo Hidroweb da ANA.

(2) Botão para fazer a leitura de dados em arquivo em formato de colunas (data, vazão) em formato Excel (*.xls ou *.xlsx).

(3) Botão para fazer a leitura de dados em arquivo em formato de colunas (data, vazão) em formato texto (*.txt).

(4) Opções de formato para a data nos arquivos em colunas.

(5) Informar o mês de início do ano hidrológico. Esta informação é importante para as análises de séries de máximas e mínimas anuais.

(6) Informar o período desejado para as análises, digitando o ano de início e ano final. Dessa forma o programa faz a leitura de todos dados existentes. No entanto, nas demais abas somente serão consideradas os dados dentro do período informado.

(7) Informar o código para falha nos dados. Essa informação é obrigatória para arquivos em formato texto. Para arquivo em formato Excel é opcional, uma vez que células vazias serão consideradas como falhas.

(8) Campo com observação informando a data do dado que está sendo lido.

(9) Botão para visualizar uma tela secundária apontando as falhas existentes no arquivo.

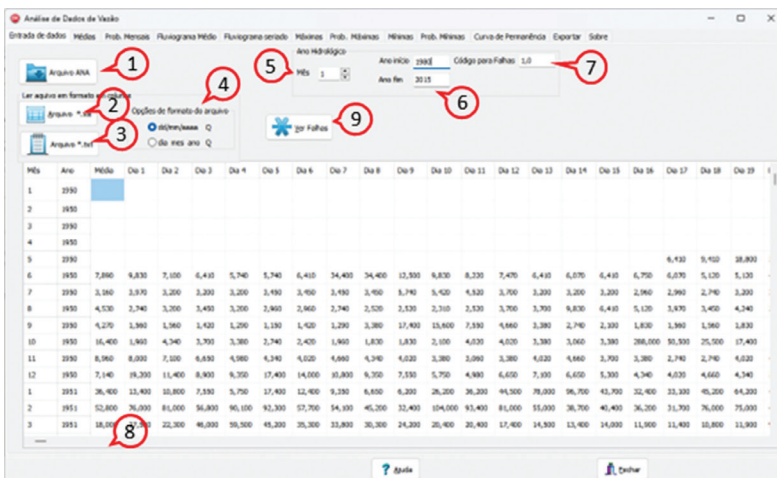


Figura 12. Tela Entrada de dados do HidroVazão

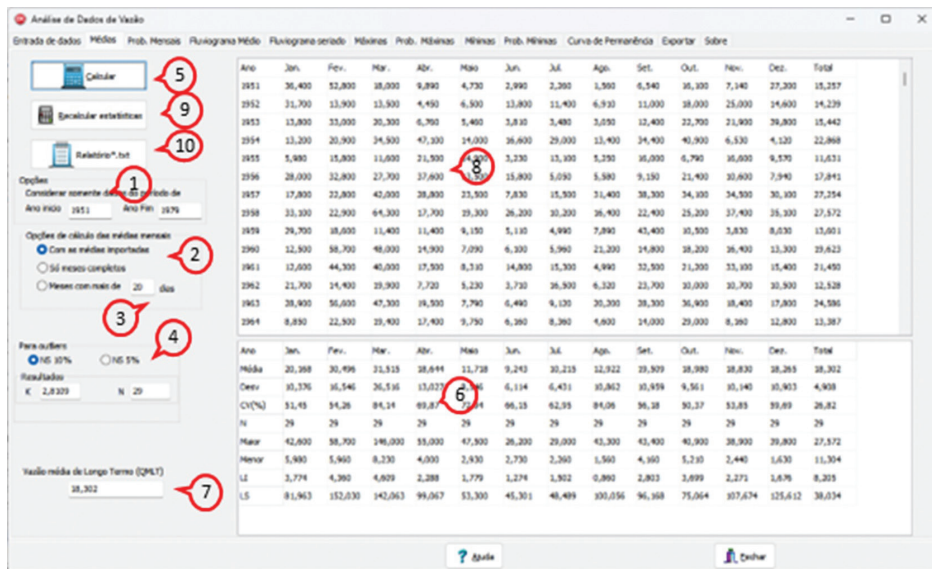


Figura 14. Tela que apresenta as vazões médias mensais do HidroVazão

Ao clicar no botão **Relatórios *.txt** (10) o programa exporta os dados mensais para um arquivo do bloco de notas (Figura 15), que poder ser aberto por outros aplicativos.

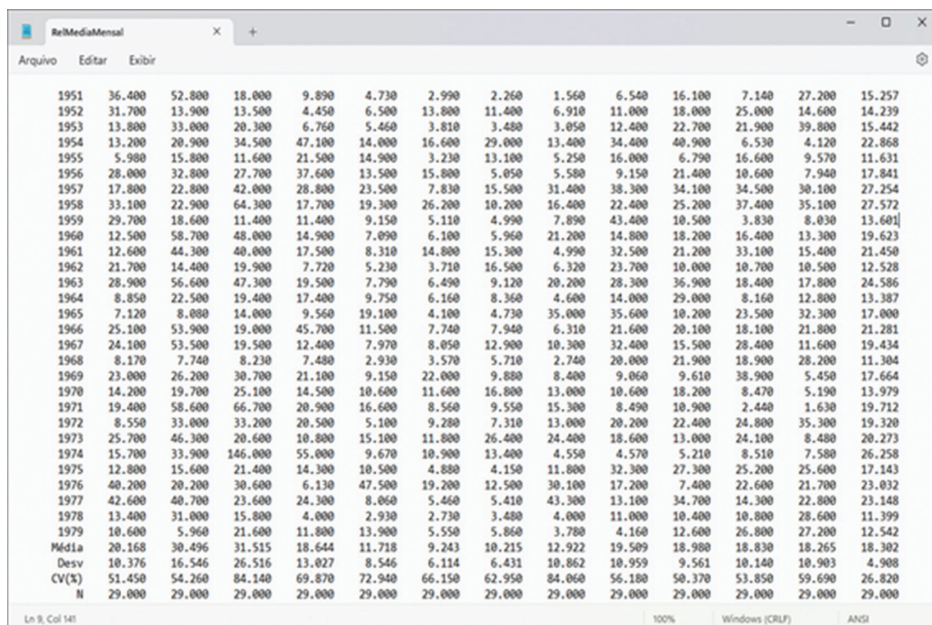


Figura 15. Relatório de vazões médias mensais do HidroVazão

Na aba, **Prob mensais** (Figura16), encontram-se as rotinas para os cálculos de probabilidades de vazões mensais e anuais. No quadro **Selecione a série** (1) o usuário deve selecionar a série entre as opções de vazões mensais e anual. Selecionada a série, o programa exibe a série na tabela (2).

No quadro, **Selecione a distribuição** (3), deve-se selecionar a distribuição de probabilidade entre as opções de distribuição Normal, Log-Normal com 2 parâmetros, Log-Normal com 3 parâmetros e distribuição Gama, com diferentes métodos de ajuste dos parâmetros.

No quadro, **Posição de Plotagem** (4), deve-se selecionar a forma para cálculo da frequência empírica (ver item 5.1)

No quadro, **Testes de aderência** (5), deve-se selecionar o nível de significância adotado entre as opções de 10, 5 ou 1%.

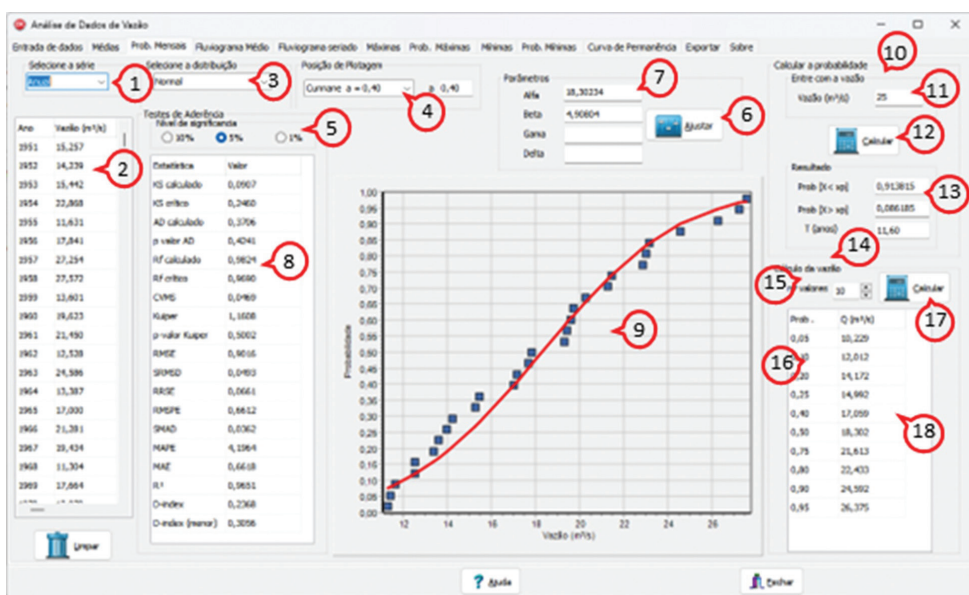


Figura 16. Rotinas para cálculo de probabilidades de vazões mensais a anuais

Ao clicar no botão **Ajustar** (6), o programa ajusta os parâmetros da distribuição, exibindo os valores no quadro **Parâmetros** (7) e os resultados dos testes de aderência e critérios para avaliar o ajuste no quadro **Testes de aderência** (8). Também é exibida a figura (9) com o ajuste da distribuição a série de vazões observadas.

No quadro, **Calcular a probabilidade** (10), o programa possibilita calcular a probabilidade de determinado valor de vazão de acordo com a distribuição de probabilidade. Para essa rotina, após o ajuste dos parâmetros, deve-se informar o valor de vazão no quadro **Entre com a vazão** (11) e em seguida clicar no botão **Calcular** (12) que o programa exibe os valores de probabilidade e período de retorno do quadro **Resultados** (13).

No quadro, **Cálculo da vazão** (14), é possível calcular a vazão para vários valores de probabilidade. Tendo ajustado os parâmetros da distribuição de probabilidades, deve-

se informar o nº de valores (15) que se deseja calcular e os valores de probabilidade na primeira coluna da tabela (16). Ao clicar em **Calcular** (17), o programa exibe os valores de vazão estimada para cada nível de probabilidade informado (18).

Na aba, **Fluviograma médio** (Figura 17), é exibido um gráfico com valores mensais das vazões máximas, mínimas, média e vazão média de longo termo. No quadro **Formatação do gráfico** (1) podem-se formatar os valores do eixo vertical, bem como selecionar as variáveis a serem exibidas (2).



Figura 17. Tela Fluviograma médio do HidroVazão

Na aba, **Fluviograma seriado** (Figura 18), podem-se visualizar os valores de vazão de toda a série. No quadro **Formatação do gráfico** pode-se selecionar entre a representação dos valores diários ou valores mensais (1). Também se pode limitar o gráfico a determinado período, informando os valores do ano inicial e final (2) para essa representação e os valores mínimos e máximos de vazão para o eixo vertical (3). Ao clicar no botão **Gráfico** (4), o programa exibe novamente toda a série.

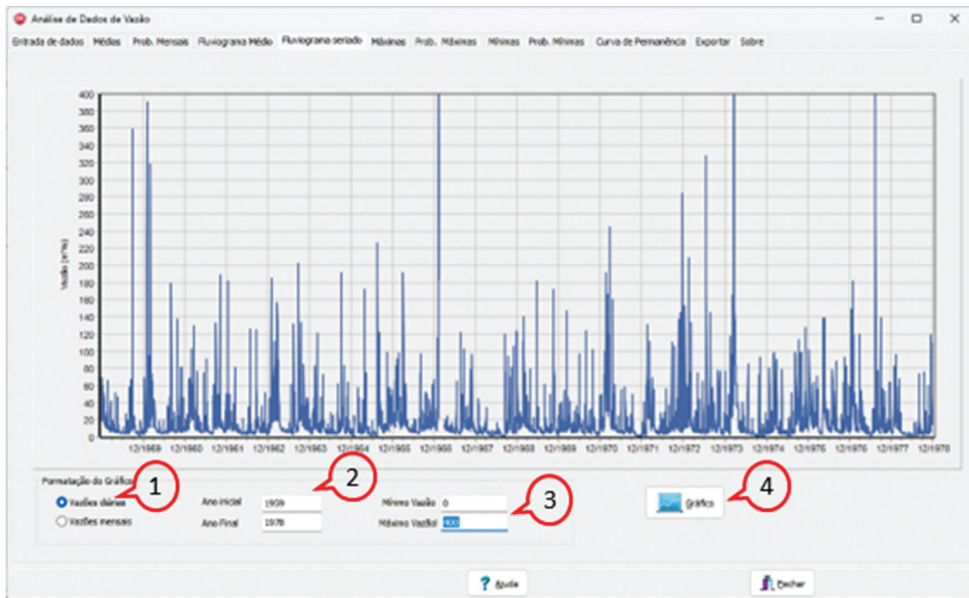


Figura 18. Tela Fluviograma seriado do HidroVazão

Na aba **Máximas** (Figura 19), constam as opções para a determinação das vazões máximas anuais. No quadro **Opções** (1) deve-se informar o mês de início do ano hidrológico (2) (1 para janeiro até 12 para dezembro) e também se pode informar o número mínimo de valores (3) no mês para ser considerado na série de máximas mensais.

Ao clicar em **Calcular** (4), o programa calcula e exhibe os valores de vazão máxima mensal (5), máxima anual e a máxima anual de acordo com o ano hidrológico. Também são exibidas as estatísticas descritivas (6) dessas séries mensais e anuais.

Os valores mensais podem ser excluídos e corrigidos digitando diretamente na tabela (5). Ao clicar em **Recalcular as estatísticas** (7), o programa refaz os cálculos das estatísticas descritivas.

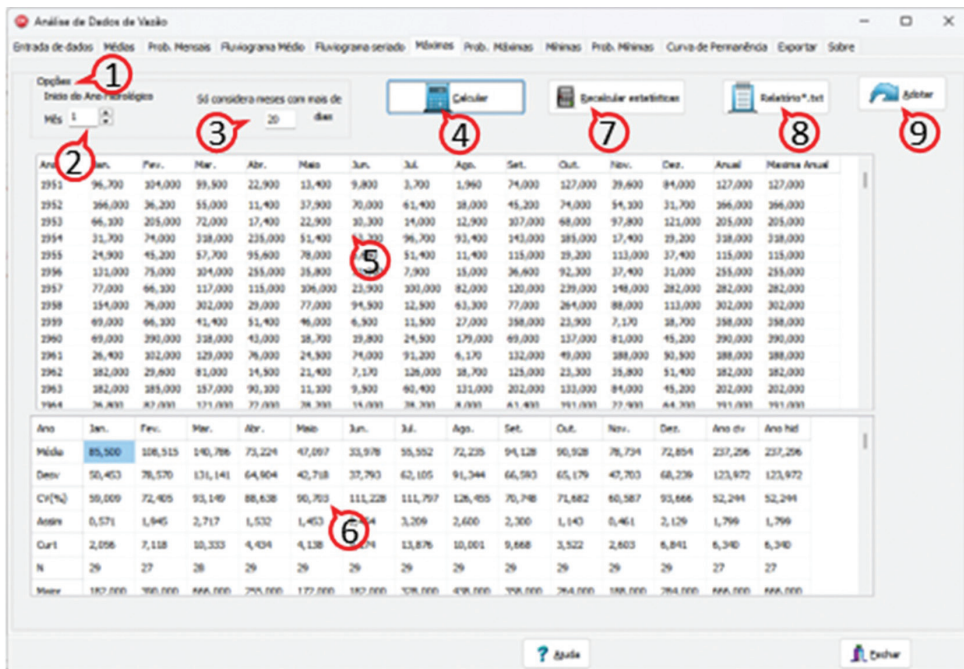


Figura 19. Tela Máximas do HidroVazão

Na tela **Prob. Máximas anuais** (Figura 20) constam as rotinas de cálculo para ajuste da distribuição de probabilidade, cálculos dos valores de probabilidade ou cálculo vazão máxima. Na tabela (1) são exibidos os valores da série de máxima oriunda da aba **Máximas**. Destaca-se que esses dados são editáveis, e assim é possível digitar os valores diretamente nesta tabela ou usar os atalhos de copiar e colar com Ctrl+C e Ctrl+V.

No quadro **Distribuição de probabilidades**, devem-se selecionar a distribuição de probabilidades (2) e o método de ajuste dos parâmetros. Estão disponíveis as seguintes opções:

- Gumbel MM
- Gumbel Chow
- Gumbel MV
- Gumbel MML
- Pearson III MM
- Pearson III MV
- Pearson III MML
- Log-Pearson III MM – direto
- Log-Pearson III MM – usando logaritmos de x
- Log-Pearson III MV
- Log-Pearson III MML
- Log-Pearson III Mix

- GEV – MM
- GEV – MML
- Log-Normal 2p MM
- Log-Normal 2p MV
- Log-Normal 2p MML
- Log-Normal 3p MM
- Log-Normal 3p MV
- Log-Normal 3p MML
- Normal
- Frechet MM
- Frechet MML

No quadro **Posição de plotagem** (3) deve-se selecionar o método de cálculo da frequência empírica (ver item 5.1)

No quadro **Testes de aderência**, deve-se selecionar o nível de significância adotado entre as opções de 10, 5 ou 1% (4).

Ao clicar no botão **Ajustar** (5), o programa ajusta os parâmetros da distribuição exibindo os valores no quadro **Parâmetros** (6) e os resultados dos testes de aderência e critérios para avaliar o ajuste no quadro **Testes de aderência** (7). Também é exibida a figura (8) com o ajuste da distribuição a série de vazões máximas observadas.

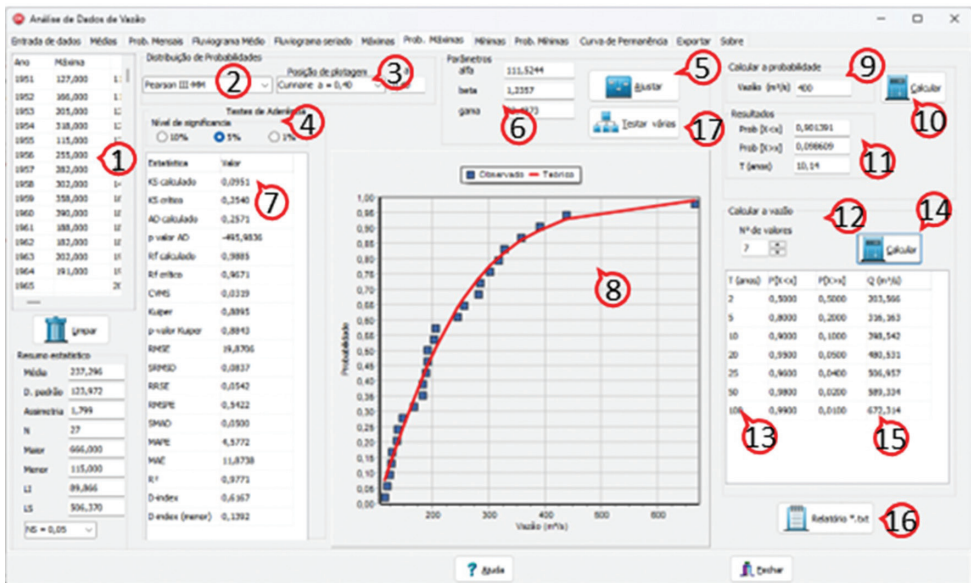


Figura 20. Tela Prob. Máximas anuais do HidroVazão

No quadro **Calcular a probabilidade** o programa possibilita calcular a probabilidade de determinado valor de vazão máxima de acordo com a distribuição de probabilidade. Para essa rotina, após o ajuste dos parâmetros deve-se informar o valor de vazão no

quadro **Entre com a vazão (9)** e em seguida clicar no botão **Calcular (10)** que o programa exibe os valores de probabilidade e período de retorno no quadro **Resultados (11)**.

No quadro **Calcular a vazão** é possível calcular a vazão para vários valores de probabilidade. Tendo ajustado os parâmetros da distribuição de probabilidades deve-se informar, no quadro **Vazão máxima estimada**, o nº de valores **(12)** que se deseja calcular e os valores de probabilidade na primeira coluna da tabela **(13)**. Ao clicar em **Calcular (14)** o programa exibe os valores de vazão estimada **(15)** para cada nível de probabilidade informado.

Para obter um relatório simples com os valores de vazão máxima calculada pode-se clicar no botão **Exportar (16)** que o programa exibe os valores em um arquivo bloco de notas. Outra opção simples é copiar os valores da tabela e colar em outro aplicativo como Word ou Excel.

Para avaliar várias distribuições de probabilidades pode-se clicar no botão **Testar várias (17)** que o programa exibe uma tela suplementar.

Na tela suplementar (Figura 21) é possível avaliar diversas distribuições de probabilidade simultaneamente. Deve-se selecionar com opção para posição de plotagem **(1)** e selecionar as distribuições de probabilidade e métodos de ajuste dos parâmetros **(2)**. Ao clicar no botão **Calcular (3)** o programa calcula os parâmetros **(4)** e valores dos testes de aderência e critérios de seleção da distribuição **(5)**. Os dados dessa tabela podem ser copiados e colados em outro aplicativo como Excel para selecionar e ordenar a distribuição de acordo com o critério que o usuário definir. No quadro **Valores críticos (6)** constam os valores críticos dos testes de aderência de Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling e Filliben.

Distribuição	par 1	par 2	par 3	Dmax	AD	I/F	CVM	Kuper	RMSE	SIMSD	RMSE	RMSE	SPAD	MAPE	MAE	Dindex
Gumbel-MH	96,6606	18,1,5233		0,1367	0,0540	0,90991	0,0727	1,42738	29,7673	0,12544	0,14601	1,46013	0,07662	8,91978	18,18087	0,7542
Gumbel-MV	76,3761	386,7916		0,1209	0,0607	0,96991	0,0829	1,41728	38,8575	0,26375	0,10987	1,09972	0,08998	8,99949	21,20201	1,1770
Gumbel-LM	92,6777	183,7728		0,1224	0,0577	0,90991	0,0727	1,45974	30,5138	0,13859	0,13185	1,51850	0,07219	8,30912	17,12960	0,6830
Gumbel-Chow	112,6467	177,2341		0,1760	0,0600	0,96991	0,11964	1,93256	34,1530	0,14393	0,21143	2,11432	0,11213	11,52993	26,60708	1,1137
LogNormal 2-MH	5,3628	0,4636		0,1685	0,4657	0,90115	0,06104	1,31833	38,8377	0,12153	0,09623	0,40232	0,06290	6,52360	14,93087	0,6601
LogNormal 2-MV	5,3628	0,44911		0,1691	0,4228	0,97940	0,06103	1,32523	30,5700	0,12883	0,09111	0,91111	0,06781	6,81771	18,09134	0,7627
LogNormal 2-LM	5,3465	0,4894		0,1684	0,3757	0,93208	0,04876	1,17682	23,5242	0,09418	0,09185	0,91851	0,05709	6,17457	13,54702	0,6036
LogNormal 3-MH	5,2957	0,5305	10,0719	0,1641	0,3960	0,94814	0,14209	22,6309	0,09147	0,08220	0,08202	0,05575	5,93005	13,22897	0,5871	
LogNormal 3-MV	4,9166	0,6553	64,6168	0,1642	0,2674	0,93708	0,03708	0,85453	16,4245	0,06922	0,05800	0,04614	4,88374	11,66185	0,4537	
Pearson III-MH	111,5244	1,2357	90,4073	0,0951	0,2494	0,99930	0,03932	0,88946	18,9706	0,08274	0,05422	0,04223	0,05004	4,37715	11,87277	0,6267
Pearson III-MV	0,0025	238994...	-981621...	0,1782	1,1794	0,90752	0,18405	2,04302	51,4508	0,21682	0,27870	2,78699	0,14981	17,61753	34,61035	1,0474
Pearson III-LM	125,1951	1,0432	106,6886	0,1095	0,2242	0,99015	0,03077	0,84839	17,8907	0,07339	0,04959	0,49589	0,04962	4,32299	11,63027	0,6047
LogPearson III-MH-Dx	0,0035	38543,6...	-60,1960	0,1029	0,3695	0,98293	0,04660	1,30479	24,1673	0,10184	0,08865	0,09646	0,05722	6,15576	13,57273	0,5936
LogPearson III-MH-Dx (0,1340)	0,1340	11,4520	3,8277	0,1046	0,2995	0,99204	0,04376	0,98791	18,8931	0,10705	0,08228	0,08228	0,05019	5,12373	11,91109	0,4302
LogPearson III-LM	0,1846	6,4638	4,1680	0,1061	0,2751	0,99351	0,03942	0,93330	13,9064	0,05973	0,05760	0,05799	0,04608	4,86119	10,92485	0,3582
LogPearson III-MH-Dx	0,0860	27,3628	3,0278	0,0995	0,3287	0,98976	0,04809	1,06828	21,4267	0,09330	0,07071	0,70707	0,05477	5,93951	12,99562	0,5230
GEV-MH	-0,0890	94,6689	180,2981	0,1083	0,3953	0,98250	0,05379	1,24209	24,0818	0,10148	0,10065	1,00654	0,05823	6,64741	14,05446	0,5675
GEV-LM	-0,2306	71,1987	175,4114	0,1115	0,3103	0,99287	0,04289	0,92792	18,8023	0,07081	0,06676	0,66760	0,05225	5,42166	12,42141	0,4331

Figura 21. Tela auxiliar para teste de várias distribuições de probabilidade para vazões máximas

Na aba **Mínimas** (Figura 22) constam as opções para a determinação das vazões mínimas mensais e anuais. No quadro **Opções** deve-se informar o mês de início do ano hidrológico (1) (1 para janeiro até 12 para dezembro) e também pode-se informar o número de dias [1-30] a ser agrupado (2) para cálculo da vazão.

Ao clicar em **Calcular** (3) o programa calcula e exibe os valores de vazão mínima mensal (4), a mínima anual e a mínima anual de acordo com o ano hidrológico (5). Também são exibidas as estatísticas descritivas dessas séries mensais e anuais (6).

Os valores mensais podem ser excluídos, corrigidos digitando diretamente na tabela (4). Ao clicar em **Recalcular as estatísticas** (7) o programa refaz os cálculos das estatísticas descritivas.

Para obter um relatório em formato texto (bloco de notas) pode-se clicar no botão **Relatório *.txt** (8).

Para transferir os valores da série de mínimas anuais para a tela **Prob. Mínimas anuais** deve-se clicar no botão **Adotar** (9).

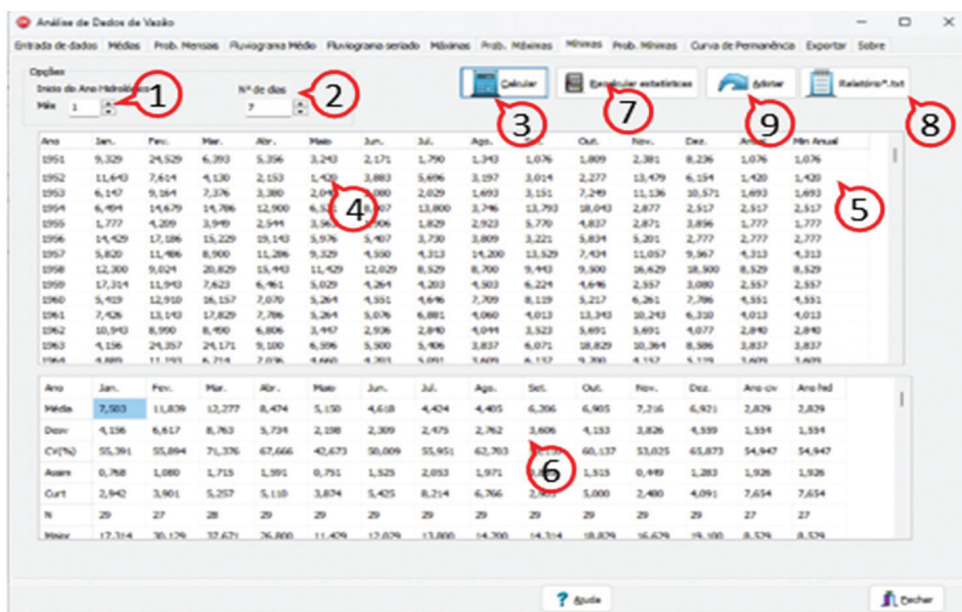


Figura 22. Tela para cálculo de vazões mínimas

Na tela **Prob. Mínimas anuais** (Figura 23) constam as rotinas de cálculo para ajuste da distribuição de probabilidade, cálculos dos valores de probabilidade ou cálculo vazão mínima. Na tabela (1) são exibidos os valores da série de mínima oriunda da aba **Mínimas**. Destaca-se que esses dados são editáveis, por isso é possível digitar os valores diretamente nesta tabela ou usar os atalhos de copiar e colar com Ctrl+C e Ctrl+V.

No quadro **Distribuição de probabilidades** deve-se selecionar a distribuição de probabilidades (2) e o método de ajuste dos parâmetros. Estão disponíveis as seguintes opções:

- Gumbel MM
- Gumbel Chow
- Gumbel MV
- Gumbel MML
- Weibul 2 par MM
- Weibul 2 par MM (CV)
- Weibul 2 par MV
- Weibul 2 par MML
- Weibul 3 par MM
- Weibul 3 par MV
- Weibul 3 par MML
- Log-Normal 2p MM
- Log-Normal 2p MV
- Log-Normal 2p MML
- Log-Normal 3p MM
- Log-Normal 3p MV
- Log-Normal 3p MML
- Normal
- Pearson III MM
- Pearson III MV
- Pearson III MML
- Log-Pearson III MM – direto
- Log-Pearson III MM – usando logaritmos de x
- Log-Pearson III MV
- Log-Pearson III MML
- Log-Pearson III Mix

No quadro **Posição de plotagem (3)** deve-se selecionar o método de cálculo da frequência empírica (ver item 5.1).

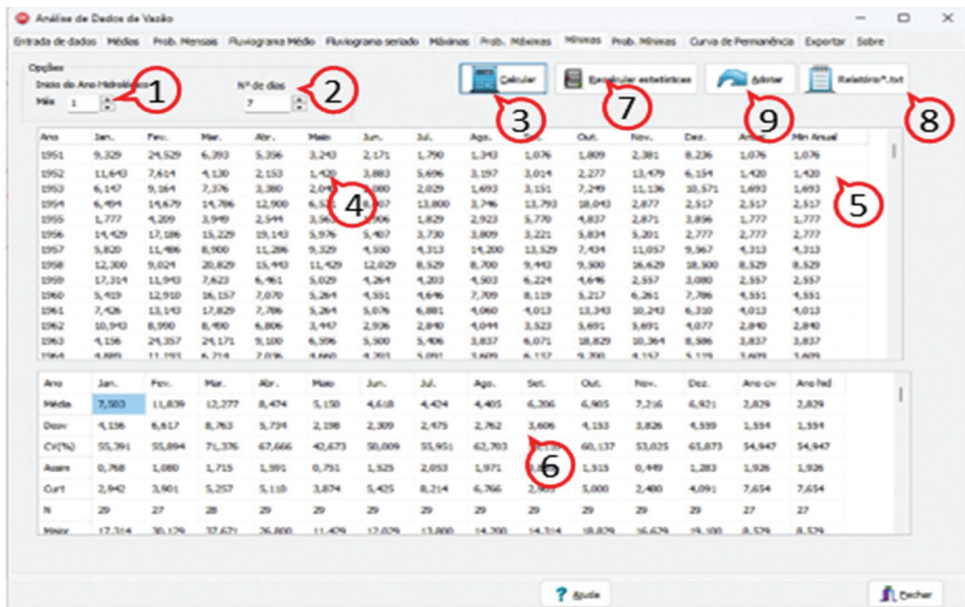


Figura 23. Tela **Prob mínimas** anuais do HidroVazão

No quadro **Testes de aderência (4)** deve-se selecionar o nível de significância adotado entre as opções de 10, 5 ou 1%.

Ao clicar no botão **Ajustar (5)** o programa ajusta os parâmetros da distribuição, exibindo os valores no quadro **Parâmetros (6)**, os resultados dos testes de aderência e os critérios para avaliar o ajuste no quadro **Testes de aderência (7)**. Também é exibida a figura **(8)** com o ajuste da distribuição e a série de vazões mínimas observadas. No quadro **Opções do gráfico (9)**, pode-se selecionar em representar as probabilidades de eventos menores que um determinado valor ($P[X < x]$) ou a probabilidade de excedência ($P[X > x]$).

No quadro **Calcular a probabilidade** o programa permite calcular a probabilidade de determinado valor de vazão mínima de acordo com a distribuição de probabilidade. Para essa rotina, após o ajuste dos parâmetros, deve-se informar o valor de vazão no quadro **Entre com a vazão (10)** e em seguida clicar no botão **Calcular (11)**, que o programa exhibe os valores de probabilidade e o período de retorno no quadro **Resultados (12)**.

No quadro **Calcular a vazão mínima** é possível calcular a vazão para vários valores de probabilidade. Tendo ajustado os parâmetros da distribuição de probabilidades deve-se informar o nº de valores que se deseja calcular **(13)** e os valores de probabilidade na primeira coluna da tabela **(14)**. Ao clicar em **Calcular (15)**, o programa exhibe os valores de vazão estimada para cada nível de probabilidade informado **(16)**.

Para obter um relatório simples com os valores de vazão mínima calculada pode-se clicar no botão **Relatório.txt (17)**, que o programa exhibe os valores em um arquivo bloco de notas. Outra opção simples é copiar os valores da tabela e colar em outro aplicativo como Word ou Excel.

Para avaliar várias distribuições de probabilidades, pode-se clicar no botão **Testar várias**, que o programa exibe uma tela suplementar (Figura 24) com as diversas opções para posição de plotagem (1), distribuições de probabilidade e métodos de ajuste dos parâmetros (2). Ao clicar no botão **Calcular** (3), o programa calcular e exibe os parâmetros (4), os valores dos testes de aderência e os critérios de seleção da distribuição (5). Os dados dessa tabela podem ser copiados e colados em outro aplicativo como Excel para selecionar e ordenar a distribuição de acordo com o critério que o usuário definir. No quadro **Valores críticos** (6) constam os valores críticos dos testes de aderência de Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling e Filliben.

Tela de distribuições de probabilidade para vazões mínimas

Posição de plotagem: **Calcular** **Deixar** **Exibir**

Distribuições de probabilidade e métodos de ajuste dos parâmetros:

- Gumbel/Weibull-MM, Weibull 2-MM, Weibull 3-MM, Log/Normal 2-MM, Log/Normal 3-MM, Pearson III-MM, Log-Pearson III-MM, Normal
- Gumbel/Weibull-MV, Weibull 2-MM(CV), Weibull 3-MV, Log/Normal 2-MV, Log/Normal 3-MV, Pearson III-MV, Log-Pearson III-MV (D(x))
- Gumbel/Weibull-LM, Weibull 2-LM, Weibull 3-LM, Log/Normal 2-LM, Log/Normal 3-LM, Pearson III-LM, Log-Pearson III-LM
- Gumbel/Weibull-Chen, Weibull 2-LM, Log/Normal 2-LM, Log/Normal 3-LM, Pearson III-LM, Log-Pearson III-LM

Distribuição	par 1	par 2	par 3	Draw	AD	K-S	CM	Kupar	RMSE	SIWMSD	RMSE2	RMSE3	SIWAD	MAPE	MAE	RMSE	
Gumbel/Weibull-MM	0,8111	3,0933		0,1937	1,4436	0,33602	0,20096	1,72386	0,3729	0,14288	0,24742	2,47420	0,12217	15,73230	0,32144	0,8232	
Gumbel/Weibull-LM	0,8064	3,1333		0,1568	1,0812	0,43002	0,17487	1,76352	0,3836	0,14709	0,28204	2,82244	0,11625	15,75748	0,30338	0,8037	
Gumbel/Weibull-Chen	0,8041	3,1334		0,1478	0,8188	0,33602	0,13378	1,70229	0,4044	0,13935	0,33850	3,38296	0,11178	16,66855	0,29172	1,0968	
Weibull 2-MM	2,8284	2,9388		0,1085	0,3082	0,80581	0,03866	0,83035	0,1777	0,06900	0,06900	0,06900	0,90751	0,05416	0,12336	0,14136	0,2802
Weibull 2-MM(CV)	2,9362	2,8690		0,1120	0,3263	0,89363	0,04470	0,94429	0,1803	0,06900	0,06900	0,06900	0,90239	0,05588	0,12466	0,14083	0,2932
Weibull 2-MV	2,9402	2,9598		0,1154	0,3611	0,86547	0,04675	0,96749	0,1831	0,07036	0,06132	0,10137	0,05879	0,12544	0,15344	0,1367	0,3187
Weibull 2-LM	2,9410	2,9170		0,1026	0,2866	0,99801	0,03015	0,92823	0,1785	0,06840	0,09323	0,93247	0,05385	0,02291	0,12844	0,2923	0,3187
Weibull 3-MM	2,6600	2,9983	-0,0549	0,1083	0,3148	0,85563	0,04106	0,94757	0,1788	0,06850	0,09347	0,93468	0,05480	0,12540	0,14031	0,2946	0,3187
Weibull 3-MM2	2,6759	2,9943	-0,0602	0,1271	0,3649	0,98558	0,04206	0,93023	0,1929	0,07290	0,09547	0,93474	0,05401	0,12466	0,14031	0,2897	0,3187
Weibull 3-LM	2,2903	2,7157	0,2041	0,1035	0,2690	0,88613	0,03179	0,85761	0,1781	0,06825	0,08224	0,82244	0,05163	0,12474	0,13474	0,2533	0,3187
LogNormal 2-MM	0,8804	0,4194		0,1291	0,3759	0,96230	0,04862	0,88383	0,2087	0,11827	0,09126	0,12363	0,07325	0,09990	0,12118	0,2318	0,3187
LogNormal 2-MV	0,8804	0,4368		0,1237	0,3679	0,96352	0,04807	0,83680	0,2060	0,11340	0,09126	0,11755	0,07417	0,11574	0,18307	0,2718	0,3187
LogNormal 2-LM	0,8804	0,4324		0,1281	0,4194	0,96392	0,05323	0,94988	0,2012	0,11139	0,09183	0,93629	0,07986	0,29233	0,19747	0,2701	0,3187
LogNormal 3MM	2,4074	0,9965	-0,5472	0,1158	0,3609	0,88307	0,04791	0,94343	0,1997	0,07651	0,10766	1,07665	0,06164	0,20187	0,16086	0,3302	0,3187
LogNormal 3MV	1,2715	0,2994	-1,1073	0,1381	0,3232	0,97948	0,03870	0,87276	0,2208	0,08804	0,08349	0,83489	0,06204	0,16372	0,18191	0,2990	0,3187
LogNormal 3LM	1,8812	0,3677	-0,0448	0,1107	0,2994	0,98191	0,03604	0,86536	0,2026	0,07764	0,08640	0,80403	0,05760	0,15204	0,15204	0,3090	0,3187
Pearson III-MM	0,1369	47,2317	-4,8051	0,1124	0,3081	0,98223	0,04748	0,94025	0,1887	0,07614	0,10702	1,07024	0,06130	0,15374	0,15968	0,3671	0,3187

Valores críticos:

N: 26

Nível de significância: 10% 5% 1%

Dn crítico: 0,2390

AD crítico: 0,752

K-S crítico: 0,9600

Figura 24. Tela auxiliar para teste de várias distribuições de probabilidade para vazões mínimas

Na aba **Curva de permanência** (Figura 25) constam as rotinas para determinação da curva de permanência de vazões. No quadro **Frequência de vazões** deve-se selecionar entre as opções de avaliar a permanência de vazões mensais ou diárias (1).

No quadro **Organização da tabela com base em** (2) o usuário deverá informar se analisará a frequência de valores individuais ou irá organizar uma tabela com intervalos de classe.

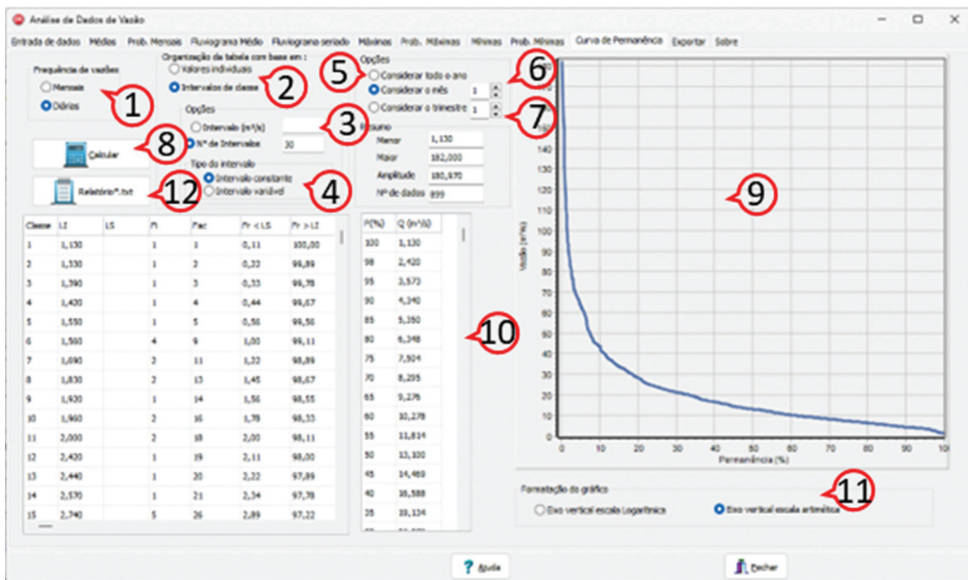


Figura 25. Tela para determinação da curva de permanência no HidroVazão

Para a opção de valores em intervalos de classe (3) o usuário tem a opção de definir o valor do intervalo de classe informando o valor de vazão (m³/s) para a amplitude de classe. A outra opção é definir o número de classes e, neste caso, abrem-se as opções de usar intervalo de classe constante ou ainda o intervalo de classe variável (4) (Ver item 6).

No quadro **Opções** (5) o usuário deverá optar entre as seguintes opções:

- **Considerar todo o ano:** nesse caso a curva de permanência será determinada com todos os dados (mais usual).

- **Considerar o mês** (6): Neste caso pode-se determinar a curva de permanência para cada mês do ano, devendo informar o mês a ser considerado (1 para janeiro até 12 para dezembro).

- **Considerar o trimestre** (7): Neste caso pode-se determinar a curva de permanência para cada trimestre do ano, devendo informar o trimestre a ser considerado (1 para jan/fev/mar até 4 para out/nov/dez).

Ao clicar em **Calcular** (8), o programa realiza os cálculos considerando todas as opções selecionadas e apresenta a figura (9) com a curva de permanência e a tabela (10) com os valores de vazão para os níveis de probabilidade apontados na primeira coluna. Na figura da curva de permanência pode-se optar (11) ainda pelo eixo vertical em escala logarítmica ou aritmética.

Para obter um relatório da curva de permanência pode-se clicar em **Relatório *.txt** (12), que o programa exibe um relatório em formato texto do bloco de notas. Também é possível copiar e os dados da tabela e colar em uma planilha eletrônica como Excel para elaboração de gráficos mais formatados.

Na aba **Exportar** (Figura 26) constam as rotinas que permitem exportar os dados para um arquivo em formato de colunas. Com relação ao formato da data existem as opções **(1)** de colocar a data na primeira coluna com o formato dd/mm/ano e a vazão na segunda coluna. Assim o arquivo fica conforme abaixo:

01/01/1981 7,540

02/01/1981 13,870

Outra opção é colocar a data separando dia, mês e ano, cada um em uma coluna, e a vazão na quarta coluna. Assim o arquivo fica conforme abaixo:

01 01 1981 7,540

02 01 1981 13,870

Pode-se gerar um arquivo em formato Excel (*.xls) clicando no botão **Arquivo *.xls** **(2)** e para gerar um arquivo em formato texto deve-se clicar no botão **Arquivo *.txt** **(3)**.

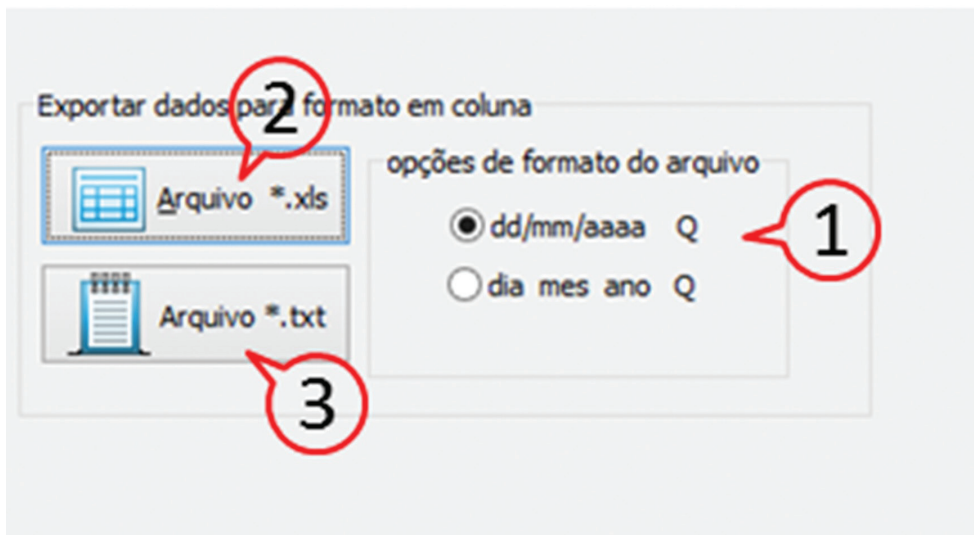


Figura 26. Tela para exportar dados em diferentes formatos no HidroVazão

Na aba **Sobre** (Figura 27) constam as informações sobre o programa, a versão, a data de criação e as alterações, bem como o contato com o autor.

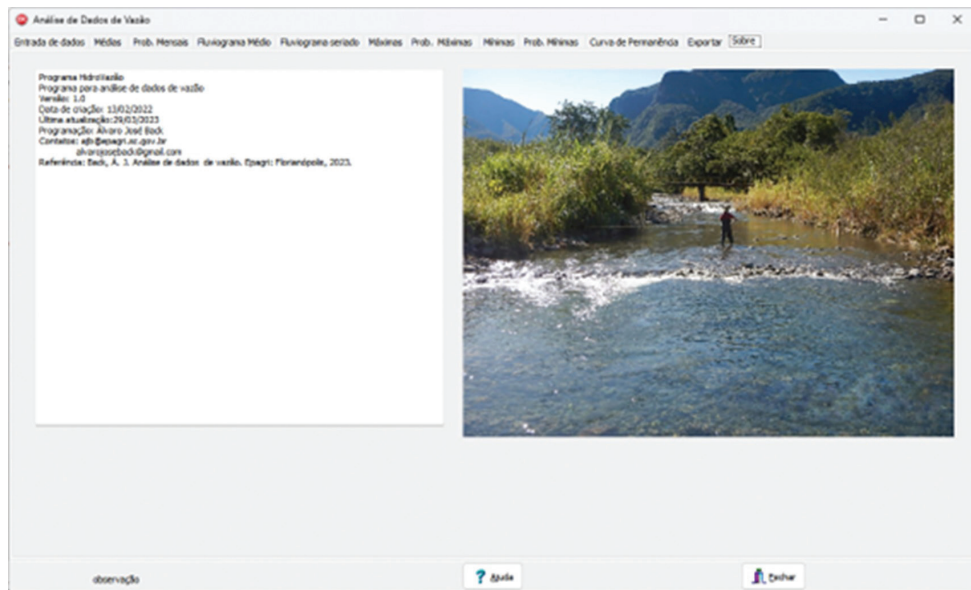


Figura 27. Tela Sobre do HidroVazão

Referências

AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS E SANEAMENTO BÁSICO - ANA . **Hidroweb**: Sistemas de Informações Hidrológicas. Disponível em: <http://hidroweb.ana.gov.br>. Acesso em: Jun. 24, 2020.

AGUIAR, A.F. de O. **Regionalização de vazões mínimas diárias e mensais para bacias hidrográficas do Sul de Santa Catarina, Brasil**. 2020. 113 p. Dissertação (Mestre em Engenharia e Sustentabilidade) – Universidade Federal de Santa Catarina, SC

AMORIM, E.L.C.; OLIVEIRA NETTO, A.P.; MENDIONDO, E.M. Estudo de métodos para regionalização de vazão. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS, 16, 2005, João Pessoa. **Anais [...]** Porto Alegre: ABRH, 2005. p.641-641,

AIYELOKUN, O.; OJELABI, A.; MALOMO, S.; AGBEDE, O. Efficient flood forecasting for the operation of hydraulic structures in a typical river basin. **International Journal of Scientific & Engineering Research**. v.8, n.11, 2017.

ARORA, K.; SINGH, V.P. A comparative evaluation of the estimator of the logPearson type 3 distribution. **Journal of Hydrology**, v.105, p.19-37, 1989.

BACK, Á.J. **Chuvas intensas e chuva para dimensionamento de estruturas de drenagem para o Estado de Santa Catarina**. Florianópolis: Epagri, 2013 p.193.

BACK, Á.J.; ZAMBRANO, G.J.D.; CORSEUIL, C.W. Streamflow permanence curve of the river Timbó, Santa Catarina, Brazil. **Acta Brasiliensis**, v.3, p.56 - 62, 2019.

BACK, Á.J.; OLIVEIRA, J.L.R.; HENN, A. Definição do ano hidrológico no estudo de chuvas extremas de Santa Catarina In: SIMPÓSIO DE RECURSOS HÍDRICOS DO NORDESTE, 10, 2010, Fortaleza. **Anais [...]**.Porto Alegre: ABRH, 2010. p.1-12.

BEARD, L.R. Statistical analysis in hydrology. **ASCE Transaction**, v.108, p.1110-1160, 1943.

BLOM, G. **Statistical estimates and transformed beta variables**. Wiley, New York, 1958. 176p.

BOBEE, B.B.; ROBITAILLE, R. The use of Pearson type 3 and log-Pearson type 3 distributions revisited. **Water Resources Research**, v.13, n.2, p.427-443, 1977.

CALIFORNIA DEPARTAMENT OF PUBLIC WORKS. **Flow in California streams**, Calif., Dep. Public Works, Div. Eng. Irrig., Bull. 5. 1923.

CHEGODAYEV, N.N. **Formulas for the calculation of the confidence of hydrologic quantities**. 1955.

CHOW, V.T. Statistical and probability analysis of hydrological Data. In: Chow, V.T., Ed., **Hand Book of Applied Hydrology**, McGraw Hill, New York, p.81-97. 1964.

CHOW, V.T.; MAIDMENT, D.R.; MAYS, L.W. **Applied Hydrology**. McGraw-Hill, New York, 1988. 294p.

CICCO, V.; EMMERICH, W.; FARIA, A.J.; MOTOHISA, F. **Projeto de pesquisas hidrológicas em floresta natural na reserve estadual de Cunha: determinação do balanço hídrico**. Documentos Embrapa. CNPF, n.16, p.135-142, 1985.

COLLISCHONN, W.; DORNELLES, F. **Hidrologia: para engenharia e ciências ambientais**. Porto Alegre: Associação Brasileira de Recursos Hídricos (ABRH), 2013. 336p. (Coleção ABRH; 12)

CORREIA, F.N. **Métodos de análise e determinação de caudais de cheia**. Tese apresentada ao concurso para Investigador Auxiliar do Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa, 1983

CRUZ, J.C.; TUCCI, C.E.M. Estimativa da disponibilidade hídrica através da curva de permanência. **Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, v.13, n.1, p.111-124. 2008. Doi: <http://doi.org/10.21168/rbrh.v13n1.p111-124>

CUNNANE, C. Unbiased plotting positions – A review. **Journal of Hydrology**, v.37, p.205-222. 1978.

DEPARTAMENTO NACIONAL DE ÁGUAS E ENERGIA ELÉTRICA. **Glossário de termos hidrológicos**. Brasília, Ministério de Minas e Energia-DNAEE, 1976. 291p.

DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES. Diretoria de Planejamento e Pesquisa. Coordenação Geral de Estudos e Pesquisa. **Manual de hidrologia básica para estruturas de drenagem**. Rio de Janeiro. 2005. 133p.

ELETROBRAS. **Diretrizes para projetos de Pequenas Centrais Hidrelétricas**. 2000. 548p.

ESLAMIAN, S.; BIABANAKI, M. Low flow regionalization modeling. **International Journal of Ecological Economics & Statistics**, v.12, n.8, p.82-97, 2008.

FILL, H.D. Informações hidrológicas. In: BARTH, F.T.; POMPEU, C.T.; FILL, H.D.; TUCCI, C.E.M.; KELMAN, J.; BRAGA JUNIOR, B.P.F. **Modelos para gerenciamento de recursos hídricos**. Nobel: ABRH. p.93-210, 1987.

FILL, H.D.; STEINER, A.A. Estimativa do hidrograma instantâneo e da vazão máxima de enchentes a partir de vazões médias diárias. **Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, v.8, n.3, p.17-27, 2003.

FILLIBEN, J.J. The probability plot correlation coefficient test for normality. **Technometrics**. v.17, p.11-117, 1975

FINKLER, N.R.; MENDES, L.A.; SCHNEIDER, E.H.M.; BORTOLIN, T.A.; SCHNEIDER, V.E. Comparação de funções de distribuição de probabilidades na determinação de vazão mínima anual e sazonal. **Scientia Cum Industria**, v.3, n.2, p.42-49, 21, 2015. Doi: 10.18226/23185279.v3iss2p42.

FISHER, R.A.; TIPPETT, L.H.C. Limiting forms of the frequency distribution of the largest or smallest member of a sample, **Proceedings of the Cambridge Philosophical Society**, v.24, p.180-290, 1928.

FULLER, W.E. Flood flows. **Transactions. American Society of Civil Engineers**, New York, v.77, p.564-617, 1914.

GAGG, G. Aplicações do teste de Filliben para avaliação da normalidade de amostras. **Série em Geomática, UFRGS**, v.2, p.44-48, 2008.

GARCEZ, L.N.; ALVAREZ, G.A. **Hidrologia** (2ª Edição ed.). São Paulo: Edgard Blucher. 1988. 291p.

GASQUES, A.C.F.; NEVES, G.L.; SANTOS, J.D.; MAUAD, F.F.; OKAWA, C.M.P. Regionalização de vazões mínimas: Breve revisão Teórica. **Revista Eletrônica de Engenharia Civil**, v.14, n.2, p.60-70. 2018. Doi: <http://doi.org/10.5216/reec.v14i2.47105>

GRANEMANN, A.R.B.; MINE, M.R.M.; KAVISKI, E. Frequency analysis of minimum flows. **Brazilian Journal of Water Resources**, v. 23, e17, 2018. Doi: 10.1590/2318-0331.0318170080.

GRAY, D.M. **Handbook of the Principles of Hydrology**. Huntington: Water Information Center. Port Washington, New York, 1973.720p.

GREENWOOD, J.A.; LANDWEHR, J.M.; MATALAS, N.C; WALLIS, J.R Probability weighted moments definition and relation to parameters of several distributions expressible in inverse form. **Water Resources Research**, v.15, n.5, p.1049-1054. 1979.

GRINGORTEN, I.I. A plotting rule for extreme probability paper. **Journal Geophysical Research**, v.68, n.3, p.813-814, 1963.

GRUBBS, F.; BECK, G. Extension of sample sizes and percentage points for significance tests of outlying observations. **Technometrics**, v.14, n.4, p.847-854, 1972.

HAZEN, A. Storage to be provided in impounding reservoirs for municipal water supply. **Transactions of the American Society of Civil Engineers**, pap.1308, v.77, p.1547-1550, 1914.

HOSKING, J.R.M. L-moments: Analysis and estimation of distributions using linear combinations of order statistics, **Journal of the Royal Statistical Society Statistical Methodological**, v.52, p.105–124, 1990.

HOSKING, J.R.M. **Fortran routines for use with the method of L-moments**. Version 3.04, Rep. No. RC 20525 (90933). IBM Research Division, T.J. Watson Research Center, Yorktown Heights, NY. 2005.

HOSKING, J.R.M.; WALLIS, J.R.; WOOD, E.F. Estimation of the Generalized Extreme-Value Distribution by the Method of Probability-Weighted Moments, **Technometrics**, v.27, n.3, p.251-261, 1985. Doi: <http://doi.org/10.1080/00401706.1985.104880>.

HOSKING, J.R.M. **The theory of probability weighted moments**. Research Report RC 12210. Yorktown Heights (NY): IBM Research, 1986.

INTERAGENCY ADVISORY COMMITTEE ON WATER DATA (ACWD). **Guidelines for determining flood flow frequency**: Bulletin 17B, VA., U.S. Geological Survey, Office of Water Data Coordination, Hydrology Subcommittee Bulletin 17BIACWD, 1982. 194p.

IGLEWICZ, B.; HOAGLIN, D. The ASQC Basic References in Quality Control: Statistical Techniques. In: MYKYTKA, E.F., Eds., **How to Detect and Handle Outliers**, ASQC Quality Press, Milwaukee, V.16. 1993, 87p.

JENKINSON, A.F The frequency distribution of the annual maximum (or minimum) of meteorological elements. **Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society**, v.81, n.348, p.158-171, 1955.

KITE, G.W. **Frequency and risk analyses in Hydrology**. Water Resources publications. Colorado. 1977. 224 p.

OMM - Organização Meteorológica Mundial. International Glossary of Hydrology, WMO, Geneva, 1974.

MENDES, L. A. **Análise dos critérios de outorga de direito de usos consuntivos dos recursos hídricos baseados em vazões mínimas e em vazões de permanência**. (Dissertação de Mestrado em Engenharia). Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2007. 189f.

MILLINGTON, N.; DAS, S.; SIMONOVIC, S.P. **The Comparison of GEV, Log-Pearson Type 3 and Gumbel Distributions in the Upper Thames River Watershed under Global Climate Models**. Department of Civil and Environmental Engineering, The University of Western Ontario – Canada, report n. 77, 2011. 52p.

MOSTER, C.; LIMA, W.P.; ZAKIA, M.J.B; CÂMARA, C.D. **Determinação do ano hidrológico visando a quantificação do balanço hídrico em microbacias experimentais**. IPEF. Circular técnica n° 197, 7.p, 2003.

NAGHETTINI, M.; PINTO, E.J.A. **Hidrologia estatística**. CPRM, Belo Horizonte. 2007. 600p.

NATIONAL ENVIRONMENT RESEARCH COUNCIL (NERC). **Flood studies report**, NERC, London, 1975.

OLIVEIRA L.F.C.; FIOREZE A.P. Estimativas de vazões mínimas mediante dados pluviométricos na Bacia Hidrográfica do Ribeirão Santa Bárbara. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, v.15, n.1, p.9-15, 2011. Doi: <http://doi.org/10.1590/S1415-43662011000100002>

PANDEY, G.R.; NGUYEN, V.T.V. A comparative study of regression based methods in regional frequency analysis. **Journal of Hydrology**, v.225, n.1, p.92-101. 1999. Doi: [http://doi.org/10.1016/S0022-1694\(99\)00135-3](http://doi.org/10.1016/S0022-1694(99)00135-3)

PAPALEXIOU, S. M.; KOUTSOYIANNIS, D. Battle of extreme value distributions: a global survey on extreme daily rainfall, **Water Resources Research**, v.49, p.1-15, 2013.

- RAO, A.R.; HAMED, K.H. **Flood frequency analysis**. CRC Press, New York. 2000.376p.
- PATTISON, A. **Australia rainfall and runoff: Flood analysis and design**. Institution of Engineers Australia Stormwater Standards Committee, Canberra, 1977. 159p.
- RIZWAN, M.; GUO, S.; XIONG, F.; YIN, J. Evaluation of various probability distributions for deriving design flood featuring right-tail events in Pakistan. **Water**, v.10, n.11, 1603; 2018. Doi: <http://doi.org.10.3390/w10111603>
- SALINAS, J.L.; CASTELLARIN, A.; KOHNOVÁ, S.; KJELDEN, T.R. Regional parent flood frequency distributions in Europe-Part 2: Climate and scale controls. **Hydrology and Earth System Sciences**, v.18, p.4391–4401, 2014.
- SÃO PAULO. Secretaria Municipal de Desenvolvimento Urbano. **Manual de drenagem e manejo de águas pluviais: aspectos tecnológicos, diretrizes para projetos**. São Paulo: SMDU. 2012,130 p.
- SILVA, D.D.; RAMOS, M.M. **Planejamento e gestão integrados de recursos hídricos**. Brasília, DF: MMA/SRH/ABEAS/UFV, 2001. 89p.
- SILVA, B.C., TIAGO FILHO, G.L., SILVA, A.P.M., de PAULO, R.G.F. Regionalização de vazões na bacia do rio Grande. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS, 15, 2003, Curitiba, **Anais [...]**, Porto Alegre, ABRH, 2003.
- SILVEIRA, A.; MOURA, R.M.P.; ANDRADE, N.L.R. Determinação da $Q_{7,10}$ para o Rio Cuiabá, Mato Grosso, Brasil e comparação com a vazão regularizada após a implantação do reservatório de aproveitamento múltiplo de Manso. **Congresso Interamericano de Ingeniería Sanitaria y Ambiental**. Punta del Este – Uruguay, 2006. 8p.
- STEDINGER, J.R.; VOGEL, R.M.; FOUFOULA-GEORGIOU, E. Frequency analysis of extreme events. In: **Handbook of Applied Hydrology**, Mc-Graw Hill, D. Maidment (ed.), chap. 18, McGraw-Hill, N. Y. 1993.
- SUGAI, M.R.V.B.; FILL, H.D.; GOMES, J. A importância do Monitoramento da Gestão de Recursos Hídricos. In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL SOBRE GESTÃO DE RECURSOS HÍDRICOS, 1998, Gramado. **Anais [...]** Porto Alegre: ABRH, 1998.
- TUCCI, C.E.M. Vazão máxima e hidrograma de projeto: In: TUCCI, C.E.M., **Hidrologia: Ciência e aplicação**. ABRH, ed. Universidade/UFRGS, Porto Alegre- RS, pp.527-548, 2001.
- TUCCI, C.E.M. **Regionalização de Vazões**. Porto Alegre. Editora UFRGS. 2002. 256p.
- TUCCI, C.E.; GOLDENFUM, J.A.; BERTONI, J.C.; LOVATEL, R.; TROVISCAL, A.P.; ALVES, C.A.; KREBS, C.M.; SOUZA, P.C.; FROES, F. **Regionalização de vazões do Rio Grande do Sul**. Porto Alegre: IPH/UFRGS.1991.
- TUCCI, C.E.M. **Hidrologia – Ciência e Aplicação**. Porto Alegre. Editora da Universidade. ABRH, 2015. 943p.
- TUKEY, J.W. The future of data analysis. **Annals of Mathematical Statistics**, v.33, n.1, p.21-24, 1962.

UNITED STATES WATER RESOURCES COUNCIL. **Guidelines for determining flood-flow frequency**: Washington, U.S. Government Printing Office, Bulletin 17. 1976.

UNITED STATES WATER RESOURCES COUNCIL (USWRC), **Guidelines for determining flood flow frequency**, Bulletin 17B, Washington .1981.

VIVEKANANDAN, N. Comparison of EV1 and EV2 distributions for extreme value analysis of rainfall, temperature and wind speed. **International Journal of Exploring Emerging Trends in Engineering (IJEETE)**, v.2, p.210-218, 2015a.

VON SPERLING, M. Estudos e modelagem da qualidade da água de rios. 7. Ed. Belo Horizonte, MG: Ed. Universidade Federal de Minas Gerais, 2007. 588p.

WEIBULL, W. A statistical theory of strength of materials. **Ing. Vet. Ak. Handl.** (Stockolm), 151. 1939.

WICHT, C.L. Determination of the effects of watershed management on mountain stream. **Transactions of American Geophysical Union**, v.24, p.594-606. 1943.

YEVJEVICH, V. Probability and statistics in hydrology. **Water Resources Publication**. v.4, n.2. p.103 -107. 1972.



www.epagri.sc.gov.br



www.youtube.com/epagritv



www.facebook.com/epagri



www.twitter.com/epagrioficial



www.instagram.com/epagri



linkedin.com/company/epagri



<http://publicacoes.epagri.sc.gov.br>